ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

МАСЛОВА Ольга Анатольевна

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ РАБОТЕ СО СТРУКТУРОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ

(на примере дисциплины «Математическая логика»)

13.00.02 — теория и методика обучения и воспитания (математика)

ДИССЕРТАЦИЯ

**на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук**

**НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:
доктор педагогических наук, доцент
Ковалева Галина Ивановна**

Волгоград – 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Сформированность умений организовывать процесс обучения – один из основных показателей готовности бакалавра педагогического образования к профессиональной деятельности. Математика, как любая наука, оперирует понятиями и изучает их свойства. Поэтому обучение строению математических утверждений, методам доказательств математических теорем, построению математических теорий – важнейшая часть методики обучения математике.

Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев, Н.М. Рогановский, В.А. Далингер, Н.С. Подходова и др. подчеркивают, что, не осознавая логической структуры формулировки определения некоторого математического понятия, невозможно сформировать у учащихся представление об объеме этого понятия, привести контрпримеры, распознать эквивалентность приведенных формулировок определений одного и того же понятия, научить использовать его при решении задач и доказательстве теорем. В свою очередь, без анализа логической структуры формулировки теоремы невозможно организовать процесс ее изучения, научить применять теорему, в том числе и для построения собственных математических теорий. Таким образом, умение работать со структурой математических утверждений является одним из основополагающих профессиональных умений учителя математики.

Успешность процесса формирования у учащихся системы математических знаний зависит от результатов работы учителя над математическим утверждением на подготовительном этапе, включающей логико-математический анализ утверждения (понятия, теоремы), подбор или конструирование задач, необходимых для его изучения, прогнозирование ошибок учащихся. Работа учителя над математическим утверждением невозможна без знаний о его структуре, умений варьировать компоненты структуры. Таким образом, умение работать со структурой математических утверждений является логической основой методической деятельности учителя математики.

Формирование профессиональных умений будущего учителя – одна из задач методики обучения математике. Однако, согласно концепции профессионально-педагогической направленности обучения математике будущих учителей (А.Г. Мордкович), каждый предмет, изучаемый в вузе, должен вносить вклад в совершенствование профессиональной подготовки. Однако на сегодняшний день проблема формирования у будущих учителей математики профессиональных умений, в частности умения работать со структурой математических утверждений, при изучении математических дисциплин решается через выявление специфики содержания конкретной математической дисциплины: математического анализа (П.И. Кибалко, М.В. Шуркова и др.), геометрии (Н.И. Батьканова, Н.В. Дударева, О.И. Чикунова и др.), алгебраических дисциплин (Н.П. Рыжова, Н.В. Сидорова, Н.С. Симонова и др.); нет нацеленности на построение инвариантной модели формирования профессиональных умений при изучении математических дисциплин.

В педагогической науке сложились *теоретические предпосылки* обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений.

Первую группу работ составляют исследования по общей методике формирования понятий и изучения теорем школьного курса математики. Так, Р.С. Черкасов и А.А. Столяр определяют понятия логической структуры определения и теоремы, приводят их разновидности и описывают логические основы процесса раскрытия структуры математического предложения (понятия высказывания, предиката, логических операций, отношения следования и др.); Н.Л. Стефанова и Н.С. Подходова описывают методику изучения математических утверждений, указывая при этом на необходимость следующих действий учителя со структурой определений (выявление логической структуры, ее анализ с целью «алгоритмизации» определения, конструирование задач на «распознавание», переформулировка определения, нахождение логических ошибок и др.) и теорем (раскрытие логической структуры, формулирование утверждений, ассоциированных с данным, и др.); В.А. Далингер выделяет основные виды структур теорем, формирует у школьников умение доказывать теоремы, описывает процесс раскрытия учащимися логической структуры сложного предложения через системы задач, сконструированных учителем; Г.И. Саранцев рассматривает виды упражнений для каждого этапа формирования понятия, изучения теоремы, среди которых упражнения, связанные с логической структурой определений и теорем: на распознавание объектов, принадлежащих объему понятия, на построение объектов, удовлетворяющих указанным свойствам, на распознавание ситуаций, удовлетворяющих теореме, и др.; Н.М. Рогановский отмечает важность анализа логической структуры сложного определения, усвоению которого способствуют упражнения на построение схем алгоритмов распознавания понятий.

Описывая методику изучения математических утверждений, выделяя действия учителя, необходимые для её реализации, в том числе и действия со структурой математических утверждений, исследователи не рассматривают, где, когда и как должен сформироваться опыт выполнения указанных действий. Понятно, что освоение способов выполнения действий учителя математики, т.е. формирование соответствующих профессиональных умений, должно происходить при изучении как методики обучения предмету, так и математических дисциплин.

В исследованиях второй группы рассматриваются вопросы формирования у будущих учителей математики умений работать с понятиями и теоремами при изучении математических дисциплин. Так, Т.А. Терехина описывает процесс формирования методических умений логического и дидактического анализа содержания учебного материала по математике на основе содержания курсов «Геометрия», «Дифференциальные уравнения»; И.А. Дудковская, проектируя курс математической логики, формирует у будущих учителей математики умение анализировать учебный материал с целью выделения объектов диагностики; С.Н. Горлова описывает методику формирования умения «составлять математические задачи» в процессе изучения линейной алгебры, в том числе задачи на уяснение понятий и теорем курса и др.

Однако, несмотря на всю ценность результатов исследований проблемы формирования у будущих учителей математики умений работать с понятиями и теоремами, целостный подход к обучению работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин находится в стадии становления. Необходимо рассмотреть вопросы о роли и месте обучения работе со структурой математических утверждений в профессиональной подготовке будущих учителей математики, уточнить цели и содержание этого обучения, согласовать вопросы интеграции математических и методических дисциплин, совершенствование форм и методов обучения.

Одновременно с теоретическими формировались и *практические предпосылки* обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений: введение федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования, требующих от учителей математики организации деятельности учащихся по построению «собственной» математической теории; имеющийся инновационный опыт учителей математики по изучению математических утверждений, в частности метапонятий, все чаще отражается в диссертационных исследованиях. Однако эти тенденции не получили должного теоретического осмысления, поскольку не разработано целостное представление о работе со структурой математических утверждений.

Актуальность данного исследования обусловлена **противоречиями** между:

– потребностью практики обучения в обеспечении усвоения учащимися программного материала по математике и неготовностью учителя осуществлять работу со структурой математических утверждений для успешного формирования у учащихся системы математических знаний;

– необходимостью формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений и отсутствием научно обоснованной методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин, результатом которой и является сформированность указанного умения.

Проблема исследования заключается в недостаточной разработанности методических основ обучения будущих учителей математики работе со структурой утверждений при изучении математических дисциплин, что и определило выбор темы исследования: *«Методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений (на примере дисциплины “Математическая логика”)».*

Объект исследования – процесс обучения будущих учителей математики математическим дисциплинам.

Предмет исследования – методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений (на примере дисциплины «Математическая логика»).

Цель исследования – разработать методику обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений (на примере дисциплины «Математическая логика»).

Гипотеза исследования заключается в предположении о том, что обучение будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений будет эффективным, если:

– умение работать со структурой математических утверждений у будущих учителей математики является результатом этого обучения и базируется на знаниях о структуре математических утверждений и умениях осуществлять ее анализ, преобразование и варьирование;

– процесс формирования умения работать со структурой математических утверждений опирается на выявленные структуру, уровни данного умения и строится в ходе ряда этапов – от мотивационного (осознание значимости результатов работы учителя математики со структурой математических утверждений для успешного формирования у учащихся системы научных знаний) к ориентационному (формирование знаний о структуре математических утверждений и умений осуществлять анализ и преобразование их структуры) и далее – к преобразующему (формирование умений варьирования структуры с целью конструирования задач, обеспечивающих изучение учащимися математических утверждений);

– методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин включает целевой (обучение работе со структурой математических утверждений как одна из приоритетных целей), содержательный (интеграция содержания школьного и вузовского курсов математики) и процессуальный (методы, организационные формы и система задач, решение которой моделирует действия учителя со структурой математического утверждения) компоненты;

– в качестве педагогических условий процесса обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин будут выступать реализация педагогической поддержки интереса к работе со структурой математических утверждений и насыщение содержания задачами, являющимися основой квазипрофессиональных ситуаций.

Задачи исследования:

1) раскрыть сущностные характеристики умения работать со структурой математических утверждений у будущих учителей математики через структурную и уровневую модели;

2) построить модель формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин;

3) разработать целевой, содержательный и процессуальный компоненты методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин;

4) выявить педагогические условия процесса обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин.

Теоретико-методологической основой исследования являются положения целостного (В.И. Данильчук, В.С. Ильин, Н.К. Сергеев и др.) и системного (В.Г. Афанасьев, В.В. Краевский и др.) подходов к рассмотрению педагогического процесса; теория деятельности и деятельностный подход к развитию личности и обучению (В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн и др.); ведущие идеи теории задач и задачного подхода в обучении математике, конструирования систем задач (Г.А. Балл, Г.И. Ковалева, Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.); основные положения и принципы обучения математике (В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, О.Б. Епишева, В.И. Крупич, Г.Л. Луканкин, С.Е. Ляпин, Т.С. Полякова и др.), в том числе методике изучения математических утверждений (Э.К. Брейтигам, В.А. Далингер, Ю.М. Колягин, Н.С. Подходова, Н.М. Рогановский, Г.И. Саранцев, Н.Л. Стефанова, А.А. Столяр и др.); основные идеи концепции профессионально-педагогической направленности обучения учителей математики (А.Г. Мордкович); логические аспекты построения предметного содержания математических дисциплин (В.М. Монахов, В.А. Тестов, Г.Г. Хамов и др.); исследования по профессиональной подготовке будущего учителя математики (Н.В. Аммосова), в том числе в области логических аспектов методики обучения математике (А.Д. Гетманова, В.И. Игошин, А.А. Столяр и др.).

Методы исследования: анализ научной литературы по теме исследования, обобщение эмпирического материала, моделирование, структурно-функциональный подход при изучении структуры умения работать с математическими утверждениями, анкетирование, тестирование, методика с выбором заданий, наблюдение, фиксирование результатов обучения и формирования, педагогический эксперимент.

Эмпирическая база исследования: ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет» (факультет математики, информатики и физики), ГАОУ ДПО «Волгоградская государственная академия последипломного образования» (всего приняли участие 333 человека, в том числе в формирующем эксперименте – 47 человек).

Исследование проводилось в 2009–2014 гг. и включало три этапа.

На *первом этапе* (2009–2010 гг.) проведен анализ исследований по научной проблематике, государственных образовательных стандартов ВПО, деятельности учителя математики на этапе подготовки к изучению нового материала и существующей практики обучения будущих учителей математики; определены цели и задачи, сформулирована гипотеза, конкретизированы методы исследования; выявлены структура, критерии и уровни умения работать со структурой математических утверждений; проведен констатирующий эксперимент.

На *втором этапе* (2010–2012 гг.) разрабатывались модель формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении дисциплины «Математическая логика», адекватная ей методика обучения, проводился поисковый эксперимент.

На *третьем этапе* (2012–2014 гг.) был проведен формирующий эксперимент, сформулированы выводы и подведены итоги, оформлено диссертационное исследование.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результатом обучения работе со структурой математических утверждений является сформированное у будущих учителей математики соответствующее умение.

Под *умением работать со структурой математических утверждений* будем понимать освоенные способы выполнения комплекса действий учителя по анализу, преобразованию и варьированию структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирования систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений.

Структура умения представлена следующими компонентами:

– знаниевый компонент включает в себя совокупность предметных (логических и методических) знаний, составляющих ориентировочную основу формируемого умения;

– операционный компонент включает совокупность необходимых умений учителя, обеспечивающих анализ, преобразование (логический блок) и варьирование (методический блок) структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирование систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений.

Уровневая модель умения работать со структурой математических утверждений строится на основании следующих показателей: совокупность выделенных знаний логического и методического блоков (критерий – полнота знаний); совокупность выделенных умений логического и методического блоков (критерий – сформированность умений), которые служат исходным моментом для определения пяти уровней сформированности данного умения.

2. Модель формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений представлена этапами: мотивационным (цель – сформировать устойчивый интерес к работе со структурой математических утверждений), ориентационным (цель – сформировать систему логических знаний и умений, выделенных в структуре формируемого умения, и вооружить технологией конструирования задач, обеспечивающих изучение математических утверждений на основе варьирования их структуры) и преобразующим (цель – научить на основе варьирования структуры математического утверждения прогнозировать и предупреждать ошибки учащихся, конструировать системы задач, обеспечивающие изучение математических утверждений).

3. Методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений основывается на идее проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения математической дисциплины и включает целевой (иерархия целей, результат обучения), содержательный (системы задач, интегрирующие содержание школьного и вузовского курсов математики) и процессуальный (средства и методы обучения, квазипрофессиональные ситуации) компоненты.

Основным средством обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений являются системы задач, решение которых моделирует действия учителя со структурой математических утверждений для организации их изучения. Данные системы задач порождают квазипрофессиональные ситуации следующих типов: анализ трудностей учащихся при изучении понятия и теоремы; проблемы деятельности учителя математики по организации изучения математического утверждения; анализ методических ошибок учителя при изучении математических утверждений и причин их возникновения; сопоставление материала учебников разных авторов, школьных и вузовских пособий; анализ различных подходов к изучению математических утверждений.

Типология систем задач (по компонентам учебной деятельности, по охвату области деятельности, по степени самостоятельности), требования к построению и содержанию (конструирование парных задач, использование материалов из различных вузовских и школьных учебников по математике и т.д.) раскрывают их специфику.

4. В качестве педагогических условий процесса обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин выделены:

– реструктуризация содержания программы математической дисциплины как результат проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения данной дисциплины;

– трансформация содержания математической дисциплины в системы задач, решение которых моделирует процесс работы учителя математики со структурой математических утверждений;

– вовлечение студентов в работу со структурой математических утверждений через организацию самостоятельной работы посредством создания квазипрофессиональных ситуаций;

– осуществление мониторинга динамики формирования указанного умения;

– реализация индивидуального подхода в процессе коррекции сформированности умения работать со структурой математических утверждений, базирующейся на учете ошибок студента и последующем построении индивидуальной образовательной траектории обучения;

– наличие у преподавателя математических дисциплин знаний по методике работы с математическими утверждениями и опыта методической деятельности по их изучению.

Научная новизна результатов исследования состоит в том, что впервые выделена специфика работы учителя над математическим утверждением на этапе подготовки к уроку изучения нового материала, позволяющая раскрыть сущность профессионально значимого умения работать со структурой математических утверждений, формирование которого естественным образом интегрируется в процесс изучения математических дисциплин. Разработана методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин (на примере дисциплины «Математическая логика»), базирующаяся на идее проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения математических дисциплин (на примере дисциплины «Математическая логика»). Качественная новизна представленной методики состоит в использовании систем задач, решение которых моделирует действия учителя со структурой математических утверждений для организации их изучения, как основного средства обучения. При этом впервые получены следующие научные результаты исследования:

– выявлены структура, показатели и уровни сформированности умения работать со структурой математических утверждений у будущих учителей математики;

– разработана модель формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин;

– выделены педагогические условия процесса обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин.

Теоретическая значимость результатов исследования состоит в том, что:

– создана авторская методика, которая определяет ориентацию профессиональной подготовки учителя математики на формирование у него умения работать со структурой математических утверждений, что является вкладом в разработку научных основ процесса обучения математическим дисциплинам;

– обоснована необходимость и доказана возможность обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин, уточнены содержание и методы обучения математическим дисциплинам, что способствует развитию теории и методики обучения математике (уровень высшего профессионального образования);

– определены целевой, содержательный и процессуальный компоненты методики обучения работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин, что может служить теоретической базой для решения проблем формирования профессиональных умений у будущих учителей математики;

– разработаны теоретические основы включения будущих учителей математики в квазипрофессиональные ситуации, что расширяет представления о способах и средствах формирования профессиональных умений в контексте деятельностного подхода;

– сформулированы требования к системам задач как к основному средству обучения работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин, что дополняет теорию задачного подхода в контексте профессиональной подготовки будущих учителей математики.

Полученные результаты исследования могут служить основой для решения научных проблем в области повышения качества профессиональной подготовки будущих учителей математики, развития теории и методики обучения математике через проецирование деятельности учителя математики на процесс изучения математических дисциплин.

Практическая ценность результатов исследования состоит в том, что:

– создано технолого-методическое обеспечение процесса формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении дисциплины «Математическая логика» (учебно-методический комплекс дисциплины; разработки занятий дисциплины «Математическая логика», содержание которых представлено через системы задач);

– разработаны варианты квазипрофессиональных ситуаций с целью формирования компонентов умения работать со структурой математических утверждений;

– разработаны средства диагностики уровней сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении дисциплины «Математическая логика».

Результаты исследования могут быть использованы преподавателями вузов, методистами в системе повышения квалификации при разработке учебных программ математических дисциплин, учебных пособий для студентов и учителей математики, при изучении математических утверждений.

Достоверность результатов исследования обеспечивается обоснованностью исходных теоретико-методологических позиций; репрезентативной выборкой с учетом содержания и характера эксперимента; использованием комплекса методов исследования, адекватных его предмету, задачам, логике; сочетанием опытной и экспериментальной работы; длительным характером опытно-экспериментальной работы по проектированию и реализации методики формирования у будущих учителей математики умений работать со структурой математических утверждений при изучении дисциплины «Математическая логика».

Апробация результатов исследования осуществлялась через:

– участие в международных научных и научно-практических конференциях: «Научная дискуссия: вопросы педагогики и психологии» (Москва, 2014), «Перспективы развития науки и образования» (Москва, 2013), «Педагогика, психология и образование: от теории к практике» (Ростов-на-Дону, 2014), «Перспективы развития науки и образования» (Челябинск, 2014), «Педагогическая деятельность в режиме инноваций: концепции, подходы, технологии» (Чебоксары, 2013), «Инновационные процессы в современной школе: методология, теория и практика» (Тула, 2013), внутривузовских научных конференциях профессорско-преподавательского состава ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет» (Волгоград, 2012–2014);

– публикацию материалов исследования в различных научных и научно-методических изданиях (всего 12 работ, из них 4 статьи – в ведущих рецензируемых научных изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией Минобрнауки России).

Внедрение результатов исследования в практику подготовки будущих учителей математики осуществлялось на базе факультета математики, информатики и физики ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет в»; практику переподготовки учителей математики – на базе ГАОУ ДПО «Волгоградская государственная академия последипломного образования».

Структура и содержание работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, списка литературы (202 источника) и 8 приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РАБОТЕ СО СТРУКТУРОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ

В первой главе раскрывается специфика работы учителя со структурой математических утверждений (определений и теорем), позволяющая определить путь совершенствования профессиональной подготовки будущих учителей математики через формирование у них умения работать со структурой математических утверждений. Для конкретизации целей и определения содержания обучения работе со структурой математических утверждений проводится анализ состояния образовательной практики в современной школе. Используются системный, деятельностный и структурно-функциональный подходы к раскрытию сущностных характеристик умения у будущих учителей математики работать со структурой математических утверждений. Выделяются этапы его формирования, уровни, критерии и показатели сформированности.

1.1. Психолого-педагогические походы к пониманию сущностных характеристик умения работать со структурой математических утверждений

Ряд ведущих специалистов в области теории и методики преподавания математики (В.А. Далингер, Ю.М. Колягин, Н.С. Подходова, Н.М. Рогановский, Г.И. Саранцев и др.) уделяют особое внимание процессу подготовки к уроку изучения учащимися нового материала, так как от результативности указанного урока зависит результативность последующих уроков по какой-либо теме школьного курса математики. Основной дидактической целью урока изучения учащимися нового материала является введение понятия, установление свойств изучаемых объектов (теорем), построением правил, алгоритмов и т.д. Данная цель подчинена одной из общеобразовательных целей – формированию у учащихся ***системы научных знаний*** по математике, под которой будем понимать – логически организованное множество высказываний о некотором классе идеальных объектов, их свойствах и отношениях [133]. В свою очередь, под ***высказыванием*** будем понимать грамматически правильное предложение, взятое вместе с выражаемым им смыслом (содержанием) и являющееся истинным или ложным [61].

Как и в любой научной теории, уточнение применяемых в ней терминов, создание надежных критериев различения, спецификация изучаемых понятий является одной из важнейших задач математики [28]. Однако определения математических понятий содержат лишь логически независимые свойства понятия. Остальные свойства логически зависимы от основного содержания и приводятся учащимся в виде математических предложений – теорем, которые в том числе выражают отношения между понятиями. Таким образом, теоремы пронизывают все разделы математики, делают ее единой наукой. Поэтому обучение математическим понятиям и их свойствам является одной из главных задач методики преподавания математики.

Понятие высказывания – одно из ключевых в логике. Как таковое, оно не допускает точного определения, в равной мере используемого в различных разделах логики. Ясно, что всякое высказывание описывает определённую ситуацию, что-то утверждая или отрицая о ней, и является истинным или ложным. Существует множество разных видов высказываний. Рассмотрим лишь те виды высказываний, которые имеют непосредственное отношение к тематике исследования. В логике выделяют простые и сложные высказывания. Из отдельных высказываний посредством логических связок («и», «либо, либо», «если, то» и т.п.) можно строить новые высказывания. Высказывание называется простым, если оно не включает других высказываний в качестве своих частей, в противном случае – сложным. Отметим, что среди сложных высказываний выделяют отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, условное высказывание. Условное высказывание – сложное высказывание, формулируемое обычно с помощью связки «если …, то …» и устанавливающее, что одно событие, состояние и т.п. является в том или ином смысле основанием или условием для другого. В терминах условного высказывания обычно определяются понятия достаточного и необходимого условия. Также выделяют описательные и оценочные высказывания. Описательное высказывание чаще всего имеет грамматическую форму повествовательного предложения и используется для описания действительности. Оценочным высказыванием называется высказывание, устанавливающее абсолютную или сравнительную ценность какого-то объекта, дающее ему оценку. К тематике нашего исследования такого вида высказывания отношения не имеют.

Усвоение математических знаний невозможно без целенаправленного развития мышления. Мышление, являясь процессом отражения объективного мира в сознании человека, представляет собой единство содержания и формы. Структуру отдельных мыслей называют ***формами мышления***. Правильность форм мышления обеспечивает правильное объективное изучение человеком объектов и явлений окружающей действительности, обеспечивает прочную и достоверную систему знаний об окружающем мире. Поэтому развитие мышления учащихся – одна из основных задач обучения [79].

С точки зрения формальной логики мышление характеризуется тремя основными формами:

- понятиями, характеризующими некоторую смысловую договоренность;

- суждениями, которые содержат утверждения, возможно нуждающимися в обосновании и являются продуктом мышления;

- умозаключениями, смысл построения которых заключается в построении вывода из некоторых условий.

Понятия, аксиомы и теоремы будут рассматриваться нами как математические утверждения. Однако отнести то или иное математическое утверждение к определенной форме мышления вне контекста какого-либо математического курса затруднительно по различным причинам. К примеру, в одном школьном учебнике некоторое математическое утверждение сформулировано в качестве определения некоторого математического понятия, в другом – в качестве теоремы.

Однако, с точки зрения логики, разница между формулировками определений и теорем (лемм) незначительна. Ввиду этого в нашем исследовании под ***математическими утверждениями*** будем понимать формулировки определений математических понятий и теорем.

Э.К. Брейтигам [24], описывая этапы формирования математических понятий, уделяет особое внимание этапу усвоения определения. На данном этапе основными становятся следующие виды деятельности: работа с текстом определения, работа над содержанием понятия, очерчивание объёма данного понятия, формирование действия отыскания следствий при усвоении определения, переформулировка определения: запись его в формально-логической форме. Это предполагает выявление логической структуры определения и логической структуры существенных признаков; выяснение ситуации наличия или отсутствия у объекта видовых признаков; анализ примеров понятия, приведённых при введении определения; выяснение вопроса, как наличие или отсутствие отдельных признаков повлияет на объём данного понятия; варьирование несущественных признаков и пр. Очевидно, что учителю математики без весомого опыта преподавательской деятельности довольно тяжело без подготовки осуществлять выше перечисленные действия во время урока, не вызывает сомнений необходимость подготовки к уроку усвоения нового понятия.

Согласно позиции Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой [169], суть подготовки учителя к уроку изучения учащимися нового материала сводится к выполнению им логико-математического анализа новой порции учебного материала, который предполагает определение способа получения нового понятия, типа, вида и структуры определения, раскрытие математического содержания каждого элемента определения (термин, род, видовые отличия), установления корректности определения.

В свою очередь, логико-математический анализ формулировки теоремы включает следующие действия учителя математики:

- установление формы формулировки;

- перевод формулировки, если необходимо, в импликативную форму (если…, то…);

- запись структуры теоремы, т.е. вычленение разъяснительной части, условия, заключения с выделением простых высказываний и содержания структурных элементов;

- определение вида (простая или сложная);

- формулирование утверждений, обратного данному, противоположного данному и обратного противоположному (определение их истинности или ложности).

Н.М. Рогановский [151], подробно описывая этапы работы над понятиями и теоремами, отмечает, что усвоению сложных в структурном отношении определений способствует анализ их логической структуры, лучшему восприятию и воспроизведению группы определений способствует крупноблочное введение определений посредством логико-структурных схем, иллюстрирующих связь между понятиями.

Н.М. Рогановский считает важным вопросом методики – изучение типичных ошибок учащихся при формулировании определений и путей предупреждения и исправления их. Очевидно, что анализ ошибок должен быть выполнен в ходе подготовки к уроку изучения учащимися нового материала и основывается он, в большей степени, на знании логической структуры определения.

Автор отмечает, что выяснению структуры определений учащимися способствуют упражнения на построение схем алгоритмов распознавания понятий. Ни в одном из учебников по алгебре или геометрии школьного курса математики нет задач с пометкой: «упражнения на построение схем алгоритмов распознавания понятий», следовательно, конструирование таких упражнений должно быть осуществлено также на этапе подготовки к введению определения, основываясь на знании его логической структуры.

Таким образом, Н.М. Рогановский говорит о значимости умений учителя выполнять логико-математический анализ определения понятия и конструировать задачи для уяснения его учащимися и предупреждения ошибок.

В работе Г.И. Саранцева [158] представлена последовательность действий учителя на этапе подготовке к изучению темы. В этом перечне действий выделим такое как, отбор содержания урока, которое, в свою очередь, раскрывается в:

- изучении содержания текста учебника, относящегося к теме урока;

- выделении понятий, фактов, алгоритмов и пр.;

- анализе систем задач учебника по данной теме;

- изучении методической характеристики отобранного материала, подборе дополнительных заданий: устных упражнений, тестов, заданий на готовых чертежах и пр.;

- особенности компоновки содержания материала;

- проверке возможностей реализации поставленных целей урока с помощью отобранных материалов;

- дифференцировании содержания учебного материала с целью интенсификации самостоятельной познавательной деятельности;

- завершении отбора из учебника и других источников учебного материала с целью обеспечения усвоения учащимися необходимых знаний и умений.

Таким образом, Г.И. Саранцев указывает на необходимость отбора или конструирование задач для уяснения учащимися нового материала.

Успешность обучения учащихся математическим понятиям и теоремам напрямую зависит от действий учителя на этапе подготовки к уроку изучения учащимися нового материала.

Так, в учебном пособии Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой [169] указывается, что изучение понятия может быть проведено по схеме:

1) анализ эмпирического материала;

2) математизация эмпирического материала – построение определения;

3) составление алгоритма распознавания понятия;

4) включение понятия в систему понятий.

При этом авторы рекомендуют составлять разные определения понятия. В соответствии с этим будут выделены соответствующие теоремы-признаки. Это соответствует концепции обучения математической деятельности А.А. Столяра [174], согласно которой учащиеся не заучивают готовый материал, а «открывают» математические истинны, логически организовывают добытый опытным путем материал, несмотря на то, что он, конечно, уже организован в науке, т.е. используют логический метод формирования и развития понятий. Таким образом, построение учащимися собственных математических теорий возможно, если учитель соответствующим образом организовал каждый этап представленной схемы изучения понятия. Это немыслимо без знаний учителем структуры утверждений, умений её анализировать, преобразовывать и варьировать. Последние умения лежат в основе отбора и конструирования задач для каждого этапа изучения математических утверждений, прогнозирования ошибок учащихся.

Г.И. Саранцев [158] приводит следующие этапы процесса формирования понятий:

1) мотивация, сущность которой заключается в подчёркивании значимости рассматриваемого понятия, в возбуждении интереса к нему;

2) выявление существенных свойств понятия, которые составляют его определение. Оно реализуется в основном посредством упражнений. Итогом этого этапа является формулировка определения понятия. Автор подчеркивает, что на рассмотренном этапе термин обозначает не столько понятие, сколько соответствующие наглядные представления;

3) усвоение определения понятия. На данном этапе, по мнению автора, объектом изучения должно стать каждое существенное свойство, используемое в определении, что обеспечивается с помощью упражнений, в частности, на

распознавание объектов, принадлежащих понятию. Другим действием, адекватным содержанию понятия, является действие выведения следствий из принадлежности объекта понятию. Необходимы комплексные упражнения, выполнение которых основано не только на использовании существенных свойств понятия, но и на отыскание следствий;

4) использование понятий в конкретных ситуациях. На этом этапе, прежде всего, осуществляется знакомство со свойствами и признаками понятия, с его определениями, эквивалентными принятому; используются изученные свойства и признаки понятия. Учащиеся усваивают умение переходить от термина, обозначающего понятие, к его существенным свойствам и обратно, переосмысливают объекты с точки зрения разных понятий, в частности, учатся переосмысливать элементы чертежа с толчки зрения другой фигуры и т.д. Здесь важно использовать блоки задач, объединенных какой-либо общей идеей;

5) выполнение логических операций (обобщение, конкретизация, аналогия, пересечение, объединение, дополнение и т.д.) над понятием, результат которых есть новые понятия.

Г.И. Саранцев также выделяет следующие этапы изучения теоремы: мотивация изучения теоремы; ознакомление с фактом, отраженным в теореме; формулировка теоремы и выяснение смысла каждого слова в формулировке теоремы; усвоение содержания теоремы; запоминание формулировки теоремы; поиск способа доказательства; доказательство теоремы; применение теоремы; установление связей теоремы с ранее изученными теоремами.

Автор отмечает, что каждый этап формирования понятий и изучения теоремы реализуется посредством специальных упражнений. Решая проблему отбора рационального содержания учебного процесса, Г.И. Саранцев отмечает, что подбор упражнений не всегда можно осуществить в рамках содержания какого-либо учебника, зачастую учителя вынуждены обращаться к дополнительным источникам, а опытные учителя вообще конструируют подходящие упражнения самостоятельно.

В работе В.А. Далингера [43] отмечается, что учитель должен провести анализ формулировки теоремы с целью выделения разъяснительной части, условия и заключения теоремы, выяснить сущность каждого элемента формулировки, предусмотреть ошибки, которые могут допустить учащиеся в формулировке теоремы, и подготовить соответствующие контрпримеры Из контекста данного высказывания ясно, что все перечисленные действия учитель математики должен выполнить в ходе подготовки к уроку изучения учащимися нового материала.

Анализ приведенных выше позиций авторов в вопросах формирования понятий и изучения теорем позволил сделать следующие ***выводы:***

- этап подготовки к уроку изучения нового материала является важнейшим для обеспечения успешного обучения учащихся математическим понятиям и теоремам;

- в работе учителя при подготовке к уроку изучения нового материала можно выделить следующие направления: логико-математический анализ формулировки утверждения с последующим конструированием или отбором задач для различных этапов его изучения; прогнозирование ошибок учащихся с последующим составлением задач на их предупреждение и продумыванием контрпримеров;

- основу действий учителя при подготовке к уроку изучения нового материала составляют знания структуры утверждений, умения её анализировать, преобразовывать и варьировать. В этом заключается специфика работы учителя со структурой математических утверждений.

В ходе ***констатирующего эксперимента*** нами было проведено анкетирование учителей математики (117 человек) в рамках курсов повышения квалификации на базе Волгоградской государственной академии последипломного образования с целью определения отношения к работе со структурой математических утверждений и выявления действий со структурой математических утверждений в процессе подготовки к уроку изучения нового материала (приложение 1).

Результаты анкетирования (рис. 1): менее 50% тестируемых учителей смогли удовлетворительно ответить на поставленные вопросы в объеме 60% и выше.

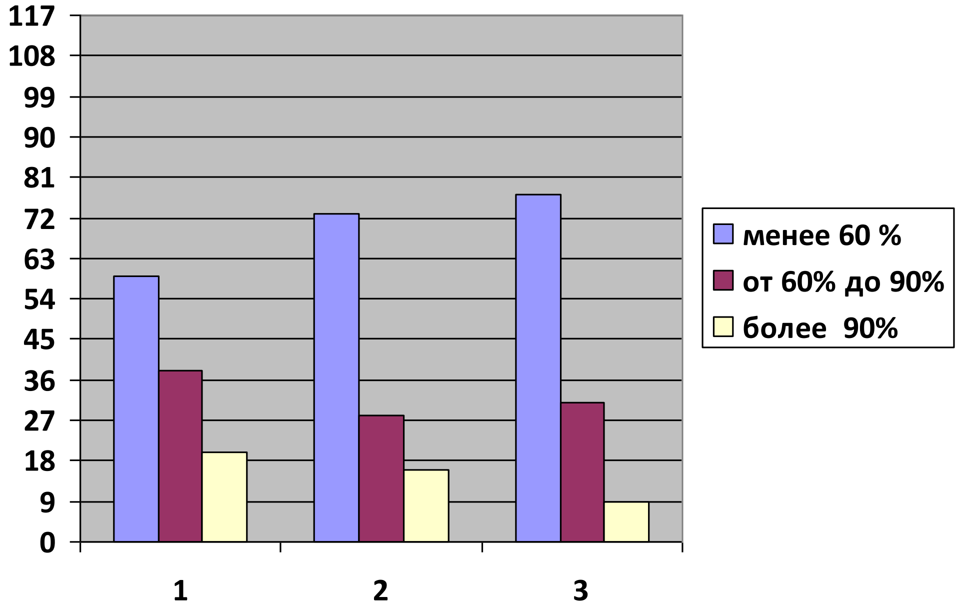

Рис. 1. Результаты анкетирования.
Горизонтальная ось – группы вопросов на оценивание:
«1» – знаний (7), «2» – профессиональной значимости (12), «3» – умений (6).
Вертикальная ось – количество анкетируемых.
В % отмечено количество вопросов, на которые были получены положительные ответы

Полученные данные свидетельствуют о недостатках предметной подготовки учителя и позволяют сделать вывод о необходимости обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений. Определим результат этого обучения – умение работать со структурой математических утверждений.

Рассмотрим сущностные характеристики понятия «умение». Большое количество трактовок понятия «умение» говорит о многогранности этого понятия, однако с большинством из них мы не согласны. Прежде всего, мы не согласны с позицией исследователей, определяющих понятие «умение» через *навык*. Различия между этими понятиями обнаруживаются уже в процессе их формирования. Так, умения формируются упражнениями, в которых происходит процесс переноса способа действия в несколько измененную или новую ситуацию, а навыки вырабатываются многократными упражнениями в одних и тех же условиях деятельности, поэтому эти понятия отражают разный уровень потенциальной готовности обучаемого к действиям. Понимая под *способностями* психические особенности, свойства личности человека, считаем, что они объясняют легкость и быстроту приобретения знаний и навыков, лежащих в основе умения, но не сводятся к умениям. Не разделяем также и позиции исследователей, определяющих умение через *готовность*, поскольку такая трактовка не раскрывает понятие «умение» в полном объеме, готовность к практическим действиям представляет собой лишь некий продукт функционального соединения знаний и навыков. Зачастую многие исследователи отождествляют умения с действиями, но, на наш взгляд, это неверно, поскольку умения только проявляются в действиях.

В ходе нашего исследования под ***умением*** будем понимать освоенный способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков. Данное определение наиболее близко отражает тематику нашего исследования, поскольку, с одной стороны, позволяет определить структуру умения, его операционный состав, наметить путь формирования с помощью упражнений, с другой – позволяет выбирать способ выполнения действия, адекватный для себя, в соответствии с предлагаемыми условиями, со своими способностями и имеющимися знаниями и навыками.

Рассмотрим позиции некоторых авторов, которые занимались проблемой изучения возможностей методической подготовки будущих учителей в ходе изучения предметного содержания математических дисциплин в ВУЗе, в вопросе определения ключевого понятия нашего исследования.

М.А. Кудайкулов [83] соотносит методические умения со способностями «выполнять квалификационную деятельность учителя-предметника», полагая, что эта способность приобретена на основе психолого-педагогических и методических знаний и навыков. Н.И. Черкавский уточнил определение М.А. Кудайкулова, отмечая, что методические умения невозможно сформировать без специальных знаний по предмету.

О.И. Чикунова [195], считая методическое умение компонентом содержания профессионально-методической деятельности, предлагает формировать названные умения по изучению предметного содержания математических курсов. Полагает использовать термин «начальное методическое умение», понимаемое как «*готовность* студента производить отдельные профессионально-методические действия учителя математики соответственно целям и условиям их выполнения».

И.А. Новик [129] под методическим умением понимает сознательное *применение имеющихся у студентов знаний и навыков*, необходимых для выполнения более сложных видов деятельности в различных условиях обучения учащихся математике. Отметим, что данное определение соотносится с применением знаний и навыков выполнять, т.е. с процессом, значит, не всегда может быть качеством личности.

С.Н. Горлова [36] определяет методическое умение как «*действия учителя математики*, обеспечивающее обучение и развитие учащихся, используя математическое содержание». Формирование умения понимается автором как целенаправленная работа по усвоению совокупности действий, составляющих структуру данной деятельности.

Е.И. Лященко [86] приводит *перечень профессиональных действий*, составляющих методическое умение: предметно-учебные (целеполагание, мотивация и др.), специфические предметные (логико-математический, логико-дидактический анализ учебного материала, действия по отбору средств и методов обучения, действия контроля и оценки), общие учебно-познавательные действия (анализ, синтез, обобщение, конкретизация). Учебные умения автор определят как действия по реализации учебной деятельности, понимая их как синтез общеучебно-познавательных и предметных действий. Соглашаясь с данным подходом, К.И. Ткаченко [180] под методическим умением понимает «осознанные действия учителя по реализации методической деятельности».

Исходя из анализа трактовок понятия «методическое умение» и контекста нашего исследования под ***методическим умением*** будем понимать *освоенные* *способы выполнения действия учителя математики, обеспечивающие обучение и развитие учащихся*.

Анализ практики образования, психолого-педагогических исследований позволяет сделать вывод о необходимости комплексного использования положений современных подходов к решению педагогических проблем – личностно-ориентированного, деятельностного, системного, технологического, ценностно-ориентированного, синергетического, процессуального и других.

В нашем исследовании к изучению понятия умения работать со структурой математических утверждений были использованы деятельностный, структурно-функциональный, процессуальный подходы.

В рамках *деятельностного подхода* **была выявлена специфика работы** учителя со структурой математических утверждений, которая позволяет сформулировать определение ключевого понятия нашего исследования.

Под ***умением работать со структурой математических утверждений*** будем понимать освоенные способы выполнения комплекса действий учителя по анализу, преобразованию и варьированию структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирования систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений.

Сущность *структурно-функционального* подхода состоит в том, изучаемые процессы или явления рассматриваются как множество разнообразных, разноуровневых взаимодействий элементов, функций, их переплетение и взаимовлияние [40]. В рамках данного подхода опишем структурные характеристики данного умения.

К.К. Платонов и Г.Г. Голубев [139] отмечают, что умения нельзя ни противопоставлять знаниям, ни располагать при перечислении раньше, так как умения образуются лишь на их основе. Более того, структура умения содержит совокупность знаний, обеспечивающих возможность выполнения действия в определенных условиях. Данная позиция поддерживается авторами многих диссертационных исследований, выделяющих в структуре формируемого умения знаниевый (когнитивный или содержательный) компонент. Так, Н.Ю. Волковинская [32] в структуре умений оценочной деятельности учителя в системе повышения квалификации выделяет знаниевый и деятельностный компоненты; Л.А. Гроховцева [38], определяя структуру умений информационного моделирования в процессе решения учебных задач, рассматривает содержательный компонент (знания об учебно-информационной среде, информационном моделировании, потенциале учебных задач); Н.А. Федотова [186], опираясь на трехкомпонентную структуру учебно-исследовательских умений, спроектированную А.В. Хуторским, выделяет иную структуру данных умений, среди компонентов которой когнитивный компонент (знания об исследуемом объекте действительности; о научном познании, его функциях и способах осуществления учебного исследования; пр.). Анализируя приведенные выше и еще многие другие работы (Н.М. Миняевой, Н.П. Пикаловой, Э.Г. Пономаревой и пр.), пришли к выводу о том, что инвариантной частью структуры «сложного» умения (М.Д. Громов, Е.И. Игнатьев, И.С. Лукин) являются два компонента знаниевый и операционный, представленный совокупностью умений, а остальные: мотивационный, рефлексивный, эмоционально-ценностный и пр. относятся к его вариативной части и определяются спецификой деятельности.

Поэтому компоненты формируемого нами умения включают знания и умения, обеспечивающие логический анализ и преобразование структуры математического утверждения (*логический блок*) и варьирование структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирование систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений (*методический блок*).

Таблица 1

Компоненты умения работать со структурой математических утверждений

Блок	Знаниевый компонент	Операционный компонент
Логический	*Включает знание следующих понятий*: 1) элементарные высказывания, предикаты; 2) истинностное значение высказывания; 3) логические операции над высказываниями; 4) область истинности предиката; 5) логические и кванторные операции над предикатами; 6) равносильные предикаты; 7) равносильные формулы алгебры высказываний и логики предикатов; 8) тождественно истинная/ложная и выполнимая формулы алгебры высказываний и логики предикатов; 9) логическое следование предикатов; 10) логическое следование формул алгебры высказываний и логики предикатов; 11) утверждения: обратное, противоположное и обратное к противоположному; 12) необходимые и достаточные условия в утверждении; 13) предваренная нормальная форма формулы логики предикатов; 14) запись утверждения на языке математической логики; 15) логическое упражнение	*Включает следующие умения*: 1) выявлять логическую структуру математического утверждения; 2) делать запись математического утверждения на языке математической логики; 3) преобразовывать логическую структуру математического утверждения, в том числе с целью перевода его в импликативную форму; 4) выполнять проверку формулировки математического утверждения на соответствие требованиям корректности к нему; 5) выделять необходимые и достаточные условия теоремы; 6) строить отрицание определения математического понятия; 7) формулировать утверждения: обратное, противоположное и обратное противоположному (определять их истинностное значение);
Методический	*Включает знания о:* 1) системах задач и методах их конструирования; требованиях, предъявляемых к системам задач; 2) содержании и объеме понятия; определении как о логической операции, раскрывающей содержание понятия; видах определений понятий; 3) теореме и ее структуре; основных видах теорем из школьного курса математики; 4) требованиях к формулировкам определений и теорем; 5) возможных видах «логических» ошибок, необходимости их прогнозирования и предупреждения в процессе изучения нового математического утверждения (понятия или теоремы)	8) конструировать задачи на: варьирование несущественных и выделение существенных свойств понятия; синтез выделенных существенных свойств и формулировку определения понятия; отработку понимания учащимися каждого слова в определении понятия и уяснение связи между ними; выделение ближайшего рода и видового отличия; усвоение логической структуры определения понятия; сопоставление понятий; классификацию и др.; 9) конструировать задачи на уяснение формулировки теоремы и на уяснение содержания теоремы; 10) прогнозировать и предупреждать «логические» ошибки учащихся; 11) реагировать на ошибки учащихся

Главное требование *процессуального подхода* состоит в рассмотрении решения педагогических проблем как процесса, представляющего собой совокупность необходимых видов деятельности. Процесс формирования умения работать со структурой математических утверждений имеет свою логику, этапы и уровни. В связи с этим необходимо иметь четкие представления об уровнях сформированности умения конструировать системы задач. Под уровнем сформированности какого-либо умения будем понимать количественный и качественный состав и характер взаимодействия основных сформированных показателей, достаточно устойчивых и типичных для данного умения.

Для выявления сформированности показателей необходимо выделить критерии (от греч. kriterion – средство для суждения) – признак, на основании которого производится оценка, определение или классификация чего-либо [21].

Выделение структурных компонентов умения работать со структурой математических утверждений позволило оценить его с помощью показателей (табл. 2).

Таблица 2

Показатели и критерии умения работать со структурой математических утверждений

Компонент	Показатели	Критерии
Знаниевый	p_1: Совокупность знаний в логическом блоке p_3: Совокупность знаний в методическом блоке	Полнота знаний
Операционный	p_2: Совокупность умений в логическом блоке p_4: Совокупность умений в методическом блоке	Сформированность умений

Каждый показатель соответствует одному из элементов блочно-модульной структуры умения.

Данные показатели служат исходным моментом для определения уровней сформированности у студентов умения работать со структурой математических утверждений.

Таблица 3

Варианты комбинаций показателей сформированности умения работать со структурой математических утверждений

Уровни	Количество сформированных показателей	Возможные варианты комбинаций показатели
Исходный	Ни одного	$\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$
Первый	Один	$\left(p_1, \overline{p_2}, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$; $\left(\overline{p_1}, p_2, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$; $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, p_3, \overline{p_4}\right)$; $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{p_3}, p_4\right)$
Второй	Два	$\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, p_3, p_4\right)$; $\left(\overline{p_1}, p_2, \overline{p_3}, p_4\right)$; $\left(\overline{p_1}, p_2, p_3, \overline{p_4}\right)$; $\left(p_1, \overline{p_2}, \overline{p_3}, p_4\right)$; $\left(p_1, \overline{p_2}, p_3, \overline{p_4}\right)$; $\left(p_1, p_2, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$
Третий	Три	$\left(\overline{p_1}, p_2, p_3, p_4\right)$; $\left(p_1, \overline{p_2}, p_3, p_4\right)$; $\left(p_1, p_2, \overline{p_3}, p_4\right)$; $\left(p_1, p_2, p_3, \overline{p_4}\right)$
Четвертый	Все	$\left(p_1, p_2, p_3, p_4\right)$

В таблице 3 запись $\overline{p_i}$ означает, что показатель с номером i $\left(i = \overline{1,4}\right)$ не сформирован. Комбинации $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$ быть не может, так как элементы математической логики студенты изучают на первом курсе в ходе освоения дисциплины «Вводный курс математики».

Среди рассматриваемых показателей существуют следующие зависимости: p_1 *необходим* (не недостаточен) для p_2, а p_2 и p_3 *необходимы,* но также *недостаточны* для p_4. Тогда все комбинации, в которых $\overline{p_1} \,\&\, p_2$, $\overline{p_2} \,\&\, p_4$, $\overline{p_3} \,\&\, p_4$ невозможны. Поэтому комбинации $\left(\overline{p_1}, p_2, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$, $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{p_3}, p_4\right)$, $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, p_3, p_4\right)$, $\left(\overline{p_1}, p_2, \overline{p_3}, p_4\right)$, $\left(\overline{p_1}, p_2, p_3, \overline{p_4}\right)$, $\left(p_1, \overline{p_2}, \overline{p_3}, p_4\right)$, $\left(p_1, \overline{p_2}, p_3, p_4\right)$, $\left(\overline{p_1}, p_2, p_3, p_4\right)$, $\left(p_1, p_2, \overline{p_3}, p_4\right)$ можно отбросить. Тогда уровни определяются следующим набором показателей (таб. 4):

Таблица 4

Уровни умения работать со структурой математических утверждений

Уровень	Возможные варианты комбинаций показателей
Нулевой	$\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$
Первый	$\left(p_1, \overline{p_2}, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$; $\left(\overline{p_1}, \overline{p_2}, p_3, \overline{p_4}\right)$
Второй	$\left(p_1, \overline{p_2}, p_3, \overline{p_4}\right)$; $\left(p_1, p_2, \overline{p_3}, \overline{p_4}\right)$
Третий	$\left(p_1, p_2, p_3, \overline{p_4}\right)$
Четвертый	$\left(p_1, p_2, p_3, p_4\right)$

Согласно определению методического умения, сформулированного нами в ходе текущего исследования, несформированность показателей p_2 и p_4 будем определять недостаточной освоенностью способов выполнения отдельных действии учителя в процессах подготовки к введению и изучения учащимися нового математического утверждения. Это может проявляться в низком темпе работы, ошибках при выполнении тех или иных действий, отсутствии реагирования на ошибки учащихся при формулировании «нового» математического утверждения самостоятельно и пр. В свою очередь, несформированность показателей p_1 и p_3 определяется отсутствием тех или иных знаний, ошибочном представлении о некотором из понятий.

Опишем каждый из уровней сформированности умения работать со структурой математических утверждений.

Нулевой уровень характеризуется несформированностью каждого из блоков и компонентов.

Первый уровень: I тип характеризуется полнотой знаний в логическом блоке, недостаточной сформированостью умений в каждом из блоков операционного компонента; II тип характеризуется неполнотой знаний в логическом блоке, полнотой знаний в методическом блоке, несформированостью умений в каждом из блоков операционного компонента.

Второй уровень: I тип характеризуется сформированностью знаниевого компонента структуры умения и несформированостью умений в каждом из блоков операционного компонента; II тип характеризуется сформированностью логического блока структуры умения и неполной знаний и несформированностью умений в методическом блоке.

Третий уровень характеризуется сформированностью знаниевого компонента и логического блока, а также несформированностью умений в методическом блоке.

Четвертый уровень характеризуется сформированностью всех компонентов.

1.2. Модель формирования умения работать со структурой математических утверждений

В параграфе 1.1. были рассмотрены этапы процессов формирования понятия и изучения теоремы. Отмечено, что эффективная работа учителя математики на этапе подготовки к уроку усвоения нового материала является залогом успешного изучения учащимися математического утверждения. Было доказано, что в основе работы учителя на этапе подготовки к изучению нового материала лежит работа со структурой математических утверждений. Таким образом, в ходе профессиональной подготовки будущих учителей математики особое значение приобретает обучение работе со структурой математических утверждений, результатом которого является сформированность соответствующего умения. Возникает проблема определения и детального описания процесса формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений.

Процесс формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений понимается нами как система целенаправленных воздействий, вызывающих качественные изменения в тех или иных характеристиках умений. Формирование умения не одномоментный, а многоступенчатый процесс. Это предполагает определение исходного уровня сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений, обоснование последовательности этапов формирования данного умения, определение динамики развития формируемого умения.

С целью определения исходного уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений был проведен ***констатирующий эксперимент*** у студентов групп М-31, М-32, М-51, М-52 (2010/2011 гг.). В качестве средства диагностики был разработан тест (приложение 2), а результаты тестирования представлены и проанализированы в параграфе 2.2.

Выделим следующие ***этапы процесса формирования*** у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений: ***мотивационный, ориентационный и преобразующий***.

На первом этапе будут востребованы ситуации, доказывающие необходимость умения работать со структурой математических утверждений; направленные на осознание студентами профессиональной значимости данного умения; раскрывающие содержание будущей профессиональной деятельности по подготовке к уроку изучения нового математического утверждения. Цель *первого – мотивационного этапа*: сформировать устойчивый интерес у будущих учителей математики к работе со структурой математических утверждений.

Обоснуем значимость выделенного этапа и рассмотрим содержательное наполнение понятий «мотивация обучения», «мотив», «мотивационный процесс», «мотив учения», «учебная мотивация».

Успешность обучения, в том числе в ВУЗе, во многом зависит от мотивации, от того личностного смысла, который имеется у студентов. Учебная мотивация является особо важным условием продуктивной учебной деятельности. Через содержание учебной деятельности формируется определенное отношение студентов к учебному предмету и осознается его значимость для интеллектуального развития личности, а также для профессиональной деятельности. Таким образом, *наполнение смыслом осуществляемой деятельности должно происходить в контексте будущей профессии.* Термины «смысл», «отношение» и пр. напрямую относятся к понятию «мотивационной сферы», которая будем нами подробно рассмотрена несколько позже [146].

В психолого-педагогической литературе приводится множество определений понятий «мотив» и «мотивация». Согласимся с мнением Е.П. Ильина [70], который определяет мотивацию как процесс формирования мотива, проходящий через определенные стадии и этапы, а мотив как продукт этого процесса.

Поскольку объектом текущего исследования является процесс обучения будущих учителей математики математическим дисциплинам, то среди всего разнообразия видов мотивации более всего нас интересует «учебная мотивация». И.А. Зимняя [56] считает, что «учебная мотивация – частный вид мотивации, включенный в деятельность учения, учебную деятельность». При анализе учебной мотивации необходимо не только определить доминирующий побудитель (мотив), но и учесть всю структуру мотивационной сферы человека. Рассматривая эту сферу применительно к учению, А.К. Маркова [100] выделяет следующие её структурные элементы: потребность в учении, смысл учения, мотив учения, цель, эмоции, отношение и интерес.

Рассмотрим каждый из элементов мотивационной сферы обучающихся с учетом проблемы нашего исследования (на примере дисциплины «Математическая логика»).

Потребность в учении. Студенты должны испытывать потребность в усвоении логических знаний и овладении умениями решать типовые задачи на использование основных методов математической логики.

Среди всего многообразия методических приемов, оказывающих влияние на формирование потребности в учении [56, 100, 146 и пр.], выделим проблемные ситуации, моделирующие действия учителя в процессе работы над структурой математического утверждения, для выполнения которых не хватает предметных знаний, умений.

Так, преподаватель может сослаться на профессиональные ошибки учителя математики, которые последний допустил ввиду недостаточной сформированности у него системы логических знаний. Например: Прав ли учитель, который поставил неудовлетворительную оценку ученику за следующее утверждение: «Если в четырехугольнике диагонали либо не перпендикулярны, либо не делят углы при вершинах пополам, то он не является ромбом»?

Конечно, учитель не прав, поскольку утверждение, сформулированное учеником, с точки зрения логики, эквивалентно известной теореме: «В ромбе диагонали перпендикулярны друг другу и делят углы ромба при вершинах пополам». Если бы учитель смог верно построить теорему, противоположную к обратной, то не допустил бы логическую ошибку при оценивании ответа ученика.

Можно привести пример олимпиадной задачи логического характера, которую не смог решить «некоторый» учитель математики. Например: Выйдя на улицу, вы встретили на дороге троих аборигенов и спросили каждого: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?» Первый ответил: «Ни одного», второй ответил: «Один». Что сказал третий? (Рыцарь всегда говорит правду, а абориген – всегда лжет).

Одно из решений данной задачи требует знания логических операций над высказываниями, а также владения умениями составлять таблицу истинности по элементарным высказываниям, делать запись предложения на языке математической логики и устанавливать истинностное значение сложных высказываний. Таким образом, базис задачи – система предметных знаний по математической логике и умения, входящие в логический блок формируемого умения.

Смысл учения. Обучающиеся должны видеть основной смысл учения в получении необходимых знаний и профессиональных умений, при этом оценивая свою деятельность при выполнении каждого типа задач. Решая задачи из практикума курса обучающиеся должны четко осознавать их профессиональную значимость. На это должны быть направлены действия преподавателя. Например: Постройте отрицание утверждения: "Если на интервале $(a;b)$ функция непрерывна и не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет знак".

Для начала со студентами обсуждается план её решения:

1) записать утверждение на языке математической логики (в виде формулы алгебры высказываний);

2) построить отрицание формулы посредством равносильных преобразований;

3) сформулировать новое утверждение.

Далее преподаватель должен указать на очевидную профессиональную значимость задачи и тем самым на профессиональную значимость предметных умений, свободное владение которыми обеспечивает не только верное и быстрое решение предложенной задачи, но и сформированность умения работать со структурой математических утверждений.

Диагностика уровней сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений должна отражать в сознании студентов их готовность к реализации этого умения в ходе будущей профессиональной деятельности. Как следствие, результат диагностики должен быть использован как фактор, влияющий на самооценку обучающего в плане его готовности к предстоящей профессиональной деятельности. Например, задачу: Постройте отрицание утверждения: "Если прямые лежат в параллельных плоскостях, то они либо параллельны, либо скрещиваются", можно предложить студентам в качестве домашнего задания, тем самым осуществить диагностику сформированности соответствующего умения, результат которой послужит основанием для оценивания своей деятельность при выполнении указанных типов задач.

Мотивы учения, по мнению А.К. Марковой [100], – это направленность на отдельные стороны учебной работы, связанная с внутренним отношением обучающегося к ней.

Выделим мотивы учения, которые входят в структуру мотивационной сферы обучающегося при овладении им умения работать со структурой математических утверждений: учебно-познавательные и профессиональные. Как отмечает И.В. Архипова [12], в начале профессиональные мотивы по отношению к познавательным являются побочным продуктом. Когда этот побочный продукт вместе со способом использования осознаётся обучающимся, он преобразуется в основной. Происходит взаимодействие познавательных и профессиональных мотивов, они становятся смыслообразующими. В результате познавательные и профессиональные мотивы становятся продуктом взаимной трансформации и обуславливают как дальнейшее развитие друг друга, так и развитие самой деятельности, придавая учебной деятельности профессиональную направленность. При этом в ходе нашего исследования доминирующими будут

- внутренние профессиональные мотивы: стремление к овладению профессионально значимым умением работать со структурой математических утверждений; интерес к процессу конструирования задач в ходе самостоятельной работы;

- внутренние познавательные мотивы: стремление овладеть системой логических знаний и умений;

- внешние познавательные мотивы: приобретение квазипрофессионального опыта, стремление защитить результаты своей самостоятельной работы на высоком уровне.

Цель учения. Осознав потребность в получении знаний и овладении умениями, необходимых для работы со структурой математических утверждений, получив представление о предмете изучаемой дисциплины, студент должен поставить собственную цель – овладеть умением работать со структурой математических утверждений.

Эмоции. Безусловно, перед преподавателем ставится задача формирования эмоционального климата, необходимого для создания и поддержания мотивации учения. Такой эмоциональный климат есть результат эффективного сочетания или чередования эмоций с положительной и отрицательной модальностями. Например, положительные эмоции от чувства преодоления трудности должны сменяться отрицательными от чувства неудовлетворенности. Как нам представляется, основным средством смены модальности эмоций является смена видов учебной деятельности. К примеру, групповое решение профессионально значимой задачи с предварительным обсуждением плана её решения, сменяется самостоятельным решением однотипных задач различных уровней сложности.

При создании ситуаций, вызывающих отрицательные эмоции важно помнить о том, чтобы они не переходили в эмоциональную напряженность и тем более в эмоциональные стрессы, приводящие к дезорганизация учебной деятельности.

Интерес. Познавательный интерес зависит от того, насколько значим учебный материал для будущей профессиональной значимости студентов, как его можно соотнести с поставленными личными целями и насколько он удовлетворяет потребностям. Таким образом, относительно устойчивый интерес есть результат сформированности многих элементов мотивационной сферы студента (потребности, смысла, эмоций) [146].

Отношение. Учебная деятельность для студента является ведущей, потому в рамках нашего исследования остановимся на рассмотрении отношения к учению. Различают три основных вида отношения к учению: отрицательное, нейтральное, положительное. Для формирования положительного отношения к процессу овладения умением работать со структурой математического утверждения необходимо обеспечить высокий уровень сформированности благоприятной эмоциональной атмосферы, устойчивого интереса к овладению умением работать со структурой математических утверждений и пр.

Заключая анализ мотивационной сферы учения, отметим, что преподавателю следует подходить к мотивации как к постоянно развивающемуся явлению.

Для более точного описания мотивационного этапа процесса формирования умения работать со структурой математических утверждений, рассмотрим процесс формирования мотивации к овладению данным умением поэтапно, опираясь на классификацию этапов формирования мотивации учения Е.П. Ильина [70]. Каждый этап формирования мотивации представим кратким содержанием деятельности преподавателя и студентов в таблице 5.

Таблица 5.

Процесс формирования мотивации овладения умением работать со структурой математических утверждений

Этапы мотивации овладения умением	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов
Формирование первичного мотива	Побуждение к освоению материала через проблемные ситуации, яркие факты и явления, формирование ситуативного интереса Постановка цели – повысить уровень своей профессиональной подготовки в ходе изучения дисциплины	Формирование потребности в усвоении логических знаний и овладении умениями решать типовые задачи на использование основных методов математической логики как необходимое условие осуществления будущей профессиональной деятельности, в том числе необходимое условие овладения умение работать со структурой математического утверждения Приятие или неприятие цели, её возможная трансформация
Формирование конкретных мотивов: - внутренние профессиональные мотивы: стремление овладеть профессионально значимым умением работать со структурой математических утверждений; интерес к процессу конструирования задач в ходе самостоятельной работы; - внутренние познавательные мотивы: стремление овладеть системой логических знаний и умений; - внешние познавательные мотивы: приобретение квазипрофессионального опыта, стремление защитить результаты своей самостоятельной работы на высоком уровне	Стимулирование активности учебной деятельности студентов посредством формирования: - необходимой эмоциональной атмосферы; - положительного отношения к изучаемому материалу; - устойчивого интереса Прогнозирование результатов самостоятельной работы	Появление смысла учения в получении необходимых знаний и профессиональных умений Формирование самооценки в ходе решения задач СРС, моделирующий работу учителя со структурой математических утверждений, рефлексия

Продолжение таблицы 5.

Конкретизация цели: овладение умением работать со структурой математических утверждений	Обоснование необходимости и способов достижения поставленной цели	Принятие цели и формирования намерения её достичь

Второй этап процесса формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений – *ориентационный*. Цель этого этапа: сформировать систему логических знаний и умений, выделенных в структуре формируемого умения и вооружить технологией конструирования задач, обеспечивающих изучение математических утверждений на основе варьирования их структуры.

Процесс формирования логического блока начинается с первого курса при изучении математических дисциплин. Особое значение для формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений имеет «Вводный курс математики». При успешном освоении дисциплины обучающимися, можно говорить о достаточной сформированности логического блока умения работать со структурой некоторых утверждений. Однако, принцип цикличности изучения требует и актуализацию предметных знаний, и их расширение и углубление. К примеру, в программе дисциплины «Вводный курс математики» в разделе предикаты указана тема: «Кванторы». Здесь предполагается изучение операций квантификации над предикатами и их свойств. Определения этих операций достаточно сложные для студентов первого курса, вследствие чего преподаватели, как правило, вводят эти понятия на примерах одноместных или двухместных предикатов.

Содержание математических дисциплин как раз и составляют математические понятия, их свойства и признаки. Формирование умения работать со структурой математических утверждений происходит в том случае, если имеет место

- демонстрация профессиональной деятельности учителя при формировании понятий и изучении теорем;

- рефлексия преподавателем собственной деятельности: какие понятия вводились на занятии, какие факты доказывались, связи между утверждениями, какие задачи решались, с какой целью, как строилась система задач, особенности её включения в процесс обучения и пр.;

- анализ содержания школьного курса математики с точки зрения высшей математики;

- использование различных методов и форм организации обучения будущих учителей математики.

Например, актуализацию знаний по теме «Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями и их свойства» можно провести, задав студентам вопросы: Сформулируйте определения высказывания? Сформулируйте определения следующих логических операций: отрицания высказывания; конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции высказываний? Перечислите свойства, которыми они обладают?

Актуализация знаний студентов, предполагающая пример реализации деятельностного подхода при обучении математике:

- Можно ли реплику «Нет, это не тождество» считать высказыванием? Нет, поскольку высказывание должно быть повествовательным предложением.

- Можно ли предложение «Давайте изучать математическую логику» считать высказыванием? Нет, поскольку это побудительное предложение.

- Можно ли предложение «Будет ли параллелограмм, у которого все стороны равны, квадратом?» считать высказыванием? Нет, поскольку это вопросительное предложение.

- Сформулируйте существенное свойство высказывания. Высказывание может быть только повествовательным предложением.

- Выясните, верно ли высказывание: «2+3=1?» Да.

- Эта запись – сложение классов вычетов по модулю 4. Верно ли высказывание? Да.

- Эта запись – сложение классов вычетов по модулю 6. Верно ли высказывание? Нет.

- Так верно ли высказывание: «2+3=1?» Важны условия, в которых формулируется данное предложение.

- Верно ли высказывание: «Год урожайный? » Не ясно, поскольку мы не знаем о каком годе идет речь.

- Сформулируйте определение высказывания. Высказыванием называется повествовательное предложение, принимающее истинное или ложное значение в определенное время и при определенных условиях.

- Над высказываниями, как и над любым другими математическими объектами, можно проводить операции. Что является результатом выполнения операции над числами? Числа.

- А над матрицами? Матрицы.

- А над векторами, при этом не будем брать во внимание скалярное произведение? Векторы.

- А если выполнить операции над множествами, что в итоге получаем? Множества.

- Выполняя логические операции над высказываниями, получим? Высказывания.

- Формулируя определения логических операций, многие студенты опускают это родовое понятие. А это важно и с точки зрения верности определения, и с точки зрения профессиональной. Поскольку учитель все время контролирует процесс отбора учениками ближайшего родового понятия при формулировании определений изучаемых математических понятий.

- С каким союзом ассоциируется дизъюнкция? Действительно, с союзом «или».

- Мама сказала сыну Ване, что разрешит поиграть ему в «Футбол», только если он сходит в магазин за продуктами или проведет уборку в своей комнате. Перечислите все возможные варианты дальнейшего поведения сына Вани и реакцию на это его матери.

- Ваня может повести себя так:

1) Ваня не пойдет ни в магазин, ни произведет уборку в своей комнате. Реакция мамы – запрет на игру.

2) Ваня пойдет в магазин, но не станет убираться в своей комнате. Реакция мамы – разрешит поиграть.

3) Ваня не пойдет в магазин, но произведет уборку в своей комнате. Реакция мамы – разрешит поиграть.

4) Ваня решил угодить маме и сделал все из того, что она предложила. Мама – разрешит поиграть.

- Сформулируйте определение логической операции дизъюнкции над высказываниями А и В. Дизъюнкцией высказываний А и В называется высказывание, принимающее истинное значение тогда и только тогда, когда хотя бы одно из высказываний А и В истинно.

- Сформулируйте это определение, используя понятие ложного значения? Дизъюнкцией высказываний А и В называется высказывание, принимающее ложное значение тогда и только тогда, когда высказывания А и В ложны. При этом А и В будем называть дизъюнктивными членами.

- Как вы считаете, что может измениться, если мама озвучит условия сыну Ване в другом порядке, т.е. мама разрешит поиграть ему в «Футбол», только если он проведет уборку в своей комнате или сходит в магазин за продуктами.

- Действительно, разницы никакой нет. А потому порядок дизъюнктивных членов не важен.

- Как правильно записать это в символьном виде ($A \vee B \equiv B \vee A$).

- Как называется это свойство операции дизъюнкции? (Коммутативность)

- Как и всякие алгебраические операции, логические также обладают свойствами, причем некоторые названия такие же: ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность и пр. Назовите еще? Де Моргана, поглощения и пр.

Приведем пример анализа преподавателем собственной деятельности на этапе подготовки к изучению определения операции навешивания квантора всеобщности на предикат.

Результатом связывания квантором всеобщности по переменной x_i $(i=1,2,\dots,n)$ n – местного предиката $P(x_1,x_2,\dots,x_n)$, заданного на множестве M, называется новый $n-1$ – местный предикат $\forall x_i P(x_1,x_2,\dots,x_n)$, также заданный на множестве M, который зависит от переменных $x_1,x_2,\dots,x_{i-1},x_{i+1},\dots,x_n$ и для любых $a_1,a_2,\dots,a_{i-1},a_{i+1},\dots,a_n \in M$ становится истинным высказыванием $\forall x_i P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$ в том и только том случае, если одноместный предикат $P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$, определенный на множестве M, тождественно истинен.

Родовое понятие:

$n-1$ – местный предикат $\forall x_i P(x_1,x_2,\dots,x_n)$, заданный на множестве M.

Видовые отличия:

1. зависимость предиката $\forall x_i P(x_1,x_2,\dots,x_n)$ от переменных $x_1,x_2,\dots,x_{i-1},x_{i+1},\dots,x_n$;

2. для любых $a_1,a_2,\dots,a_{i-1},a_{i+1},\dots,a_n \in M$ $\forall x_i P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$ становится истинным высказыванием тогда и только тогда, когда одноместный предикат $P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$, определенный на множестве M, тождественно истинен.

Отметим, что второе видовое отличие представлено эквиваленцией двух условий: для любых $a_1,a_2,\dots,a_{i-1},a_{i+1},\dots,a_n \in M$ $\forall x_i P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$ является истинным высказыванием и одноместный предикат $P(a_1,a_2,\dots,a_{i-1},x_i,a_{i+1},\dots,a_n)$, определенный на множестве M, тождественно истинен.

Рассмотрев вместе со студентами структуру определения, преподаватель проблему – какие задачи необходимо отобрать или сконструировать для уяснения обучающимися данного понятия? Результатом диалога становится система задач, включающая задачи на отработку родового понятия, видовых отличий и их связи. Преподаватель отмечает, что задачи отобраны или сконструированы им на этапе подготовки к занятию. Решаются на лекции устном виде:

Задача 1 (на отработку родового понятия). Определите местности следующих предикатов, заданных на множестве M: $\forall x \forall y P(x, y, z)$, $\forall x R(x)$, $\forall z Q(x, y, z)$? Укажите, от каких переменных зависят вышеуказанные предикаты?

Задача 2 (на отработку родового понятия). Какие из следующих утверждений верные:

- область истинности предиката $\forall x \forall y P(x, y, z)$ есть подмножество множества M^2;

- область истинности предиката $\forall x R(x)$ есть подмножество множества M;

- область истинности предиката $\forall z Q(x, y, z)$ есть подмножество множества M^2.

Задача 3 (на отработку выделенного условия в видовом отличии 2). Выяснить, какое значение принимает предикат $\forall y P(x, y, z)$:"$x + y \vdots z$", заданный на множестве $M = \{1,2,3,4,5\}$ на наборах (3,5); (1,3); (3,1)?

Задача 4 (на отработку выделенного условия в видовом отличии 2). Выяснить, какие их следующих предикатов тождественно истинные $P(3, y, 5)$; $P(1, y, 3)$; $P(3, y, 1)$, где $P(x, y, z)$:"$x + y \vdots z$"?

Задача 5 (на отработку выделенного условия в видовом отличии 2). Для предиката из предыдущей задачи самостоятельно выпишите все наборы, находящиеся в его области истинности?

Задача 6 (на отработку эквиваленции в видовом отличии 2). Известно, что на наборе (a, b) предикат $\forall y P(x, y, z)$ принимает ложное значение. Может ли предикат $P(a, y, b)$, зависящий от переменной y, быть выполнимым?

На втором этапе процесса формирования умения работать со структурой математических утверждений решается еще одна задача – *вооружить будущих учителей математики технологией конструирования задач для организации изучения учащимися математических утверждений*.

Решение данной задачи нам видится через

- анализ задачи с целью описания ее структурных компонентов;

- анализ системы задач с целью выявления методов и приемов ее конструирования;

- варьирование структуры математического утверждения как основного приема конструирования задач для уяснения учащимися нового материала;

- моделирование квазипрофессиональной ситуации по конструированию задач для организации изучения учащимися математических утверждений ходе самостоятельной работы.

Рассмотрим пример варьирования структуры определения непрерывной функции для прогнозирования ошибок учащихся, который может быть использован на занятиях по дисциплине «Математический анализ».

Функцию f называют непрерывной в точке a, если она определена в этой точке и разность $f(x)-f(a)$ бесконечно мала при $x \to a$.

Введем следующие обозначения элементарных предикатов, заданных на множестве действительных чисел: A: "функция f определена в точке a", $B(x)$: "разность $f(x)-f(a)$ бесконечно мала при $x \to a$", C: "f непрерывна в точке a". Согласно введенным обозначениям данное утверждение (определение) имеет следующую структуру $A \wedge B(x) \Rightarrow C$. Условия A и $B(x)$ не являются по-отдельности достаточными для C. Структура рассматриваемого утверждения позволяет варьировать логические связки или наборы элементарных предикатов. Приведем примеры.

1. Можно «забыть» один существенных признаков.

Если «забыть» A, то получим $B(x) \Rightarrow C$. Данное утверждение ложное, в качестве контрпримера достаточно рассмотреть функцию, для которой совпадают значения односторонних пределов в точке a, но f не определена в точке a.

Если «забыть» C, то получим $A \Rightarrow C$. Данное утверждение ложное, в качестве контрпримера достаточно рассмотреть функцию, для которой значения односторонних пределов в точке a конечны, но не совпадают (точка конечного скачка).

2. Можно произвести «подмену» одного из существенных признаков. К примеру, $A \wedge D(x) \Rightarrow C$, где D: "значения односторонних пределов функции f в точке a существуют". Полученное утверждение вновь ложно, поскольку a может быть точкой конечного скачка или один из пределов равен бесконечности.

3. Можно добавить существенный признак, что не повлияет на истинностное значение математического утверждения, однако, сделает определение избыточным, что не является ошибкой, но нарушает требования к определениям. Например, $A \wedge B(x) \wedge D \Rightarrow C$. Избыточность данного определения очевидна, поскольку условие $B(x)$ влечет D.

4. В учебной литературе по математическому анализу определение непрерывной в точке функции детализируется в следующих условиях:

A: "функция f определена в точке a";

D_1: "односторонние пределы функции f в точке a существуют и равны" (т.е. существует общий предел функции f в точке a);

G: "предел функции f в точке должен быть равен значению функции в этой точке a".

Итак, определение имеет следующую логическую структуру: $A \wedge D_1 \wedge G \Rightarrow C$. Данная детализация рассматриваемого определения была нами приведена с целью варьирования структуры посредством подмены логических связок. В исходном определении такое варьирование не представляет особого интереса ввиду малого количества логических связок. Например, можно заменить вторую, в порядке следования по элементам структуры, конъюнкцию, что приведет к образованию ложного определения.

Отметим, что приведенные выше примеры варьирования структуры рекомендуется использовать учителям математики для прогнозирования ошибок учащихся, следовательно, и для их предупреждения.

Приведем пример организации решения задач по теме «Алгебра высказываний», предусматривающей анализ структуры задачи и варьирование ее компонентов.

Задача 1. Докажите, что данная формула алгебры высказываний является тождественно истинной.

Сформулируйте условие и требование задачи. Отчего зависит способ решения задачи? (Структуру задачи можно представить графически.) Покажем, как варьирование базиса меняет способ решения данной задачи. Базис может состоять из

1) понятия логических операций; способ решения – метод от противного;

2) понятия логических операций и таблицы истинности; способ решения – построение таблицы истинности данной формулы;

3) понятия равносильных формул алгебры высказываний и законов логики; способ решения – равносильные преобразования исходной формулы.

Задача 2. Выясните, является ли предикат R, заданный на множестве M выполнимым?

Варьирование условия данной задачи можно осуществить, изменяя R (при фиксированном M) или изменяя M (при фиксированном R).

Варьирование требования данной задачи можно осуществить, например, заменив требование проверки выполнимости предиката на требование проверки его тождественной истинности или тождественной ложности. Также можно требование выяснить заменить на доказать.

Приведем пример организации моделирования квазипрофессиональной ситуации по конструированию задач для организации изучения понятия.

Задача 1. В предложении вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения истинного высказывания:

Параллелограмм – ______ (многоугольник, четырехугольник, геометрическая фигура), у которого(ой) противоположные стороны попарно параллельны.

Подобного рода задачи могут быть предложены студентам в устной форме в ходе формирования понятия истинностного значения высказывания.

В профессиональной деятельности данная задача может быть использована на выявлении родового понятия для изучаемого.

Задача 1'. Проведите логико-математический анализ определений из школьного учебника по теме: «Параллелограмм». Составить задачи на уяснение обучающимися ближайшего рода этих понятий. Спрогнозируйте типичные ошибки учащихся определения параллелограмм. Составьте контрпримеры для уяснения учащимися ошибки.

Проверка последнего задания организуется через парную работу: один студент говорит неправильное определение, другой «реагирует» на них, посредством приведения контрпримеров.

Завершая описание второго этапа формирования умения работать со структурой математических утверждений, отметим, что процессы формирования предметного и методического блоков, знаниевого и операционного компонентов умения не являются изолированными друг от друга. Поэтому приведенные выше формы организации учебной деятельности студентов сочетаются друг с другом при решении одной и той же задачи и обсуждения ее с различных точек зрения (предметной и методической).

Третий этап процесса формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений – *преобразующий*.

Научить на основе варьирования структуры математического утверждения прогнозировать и предупреждать ошибки учащихся, конструировать системы задач, обеспечивающие изучение математических утверждений – его цель.

На этом этапе самостоятельная работа студентов будет преобладающей, поскольку перед каждым из них будет поставлена задача проанализировать, преобразовать подходящим образом и спрогнозировать ошибки учащихся, сконструировать системы задач на основе варьирования структуры предложенного математического утверждения.

Таким образом, основным средством достижения цели данного этапа являются задачи, решение которых моделирует работу учителя со структурой математического утверждения.

Приведем примеры преобразования структуры математического утверждения.

Пример 1. "Если натуральное число делится и на 2, и на 5, то оно делится на 10".

Решение. Введем следующие обозначения одноместных предикатов, заданных на множестве натуральных чисел: $A(x)$: "x делится на 2", $B(x)$: "x делится на 5", $C(x)$: "x делится на 10". Согласно введенным обозначениям данное утверждение имеет следующую структуру $A(x) \wedge B(x) \Rightarrow C(x)$. Преобразуем её посредством равносильных преобразований:

$A \wedge B \Rightarrow C \equiv \neg(A \wedge B) \vee C \equiv (\neg A \vee \neg B) \vee C \equiv \neg A \vee (\neg B \vee C) \equiv \neg A \vee (B \Rightarrow C) \equiv$

$\equiv A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$. Итак, получаем "Если натуральное число кратно 2, то из кратности его числу 5 следует, что данное число кратно 10".

Пример 2. "Если прямые лежат в параллельных плоскостях, то они либо параллельны, либо скрещиваются".

Решение. Введем следующие обозначения одноместных предикатов, заданных на декартовом квадрате множества всех прямых в пространстве: $A(x)$: "пара прямых x лежит в параллельных плоскостях", $B(x)$: "x - пара параллельных прямых", $C(x)$: "x - пара скрещивающихся прямых". Согласно введенным обозначениям данное утверждение имеет следующую структуру $A(x) \Rightarrow (B(x) \vee C(x))$. Преобразуем её посредством равносильных преобразований:

$$A \Rightarrow (B \vee C) \equiv \neg A \vee (B \vee C) \equiv (\neg A \vee B) \vee C \equiv \neg(A \wedge \neg B) \vee C \equiv (A \wedge \neg B) \Rightarrow C.$$

Получим "Если прямые, лежащие в параллельных плоскостях, не параллельны, то они скрещиваются".

Формы организации обучения: лекции и семинарские занятия.

Методы обучения:

- мини-защиты результатов по итогам своей индивидуальной самостоятельной работы;
- моделирование квазипрофессиональных ситуаций: анализ деятельности учителя математики по организации изучения математических утверждений, трудности и ошибки учащихся при изучении определений понятий и теорем, проблемы деятельности учителя математики по трансформации содержания урока в системы задач, анализ методических ошибок учителя и причин их возникновения, сопоставление материала учебников разных авторов, школьных и вузовских пособий;
- работа в малых группах;
- самостоятельная работа;
- учебная дискуссия при обсуждении общего плана решения указанной задачи.

Определение динамики развития у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений.

В качестве средств определения динамики развития формируемого умения будем использовать

- тестирование для определения исходного уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений;
- самостоятельные работы, коллоквиумы, вопросы экспресс-контроля в ходе аудиторных занятий по итогам освоения предметного содержания разделов алгебры высказываний и логики предикатов как основного средства формирования предметного блока структуры;

- наличие сконструированных студентом систем задач для организации изучения учащимися математических утверждений как основного средства диагностики сформированности методического блока структуры умения.

Подробно диагностические мероприятия описаны в параграфе 2.2.

Таким образом, в данном параграфе представлена модель формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений: выделены этапы, обоснована их последовательность, описаны основные формы организации обучения работе со структурой математических утверждений, выделены средства определения динамики развития формируемого умения.

Выводы первой главы

1. Анализ психолого-педагогической и методической литературы позволил выделить в работе учителя при подготовке к уроку изучения учащимися нового материала следующие направления: логико-математический анализ формулировки утверждения с последующим конструированием или отбором задач для различных этапов его изучения; прогнозирование ошибок учащихся для составления задач на их предупреждение. Основу действий учителя при подготовке к уроку изучения учащимися нового материала составляют знания структуры утверждений, умения её анализа и варьирования. В этом заключается специфика работы учителя со структурой математических утверждений.

2. Значимость работы учителя со структурой математических утверждений как логической основы профессиональной деятельности и результаты диагностирующего эксперимента о несовершенстве знаний учителей структуры утверждений и частичной сформированности умений её анализировать и варьировать определили необходимость обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений. Результатом такого обучения станет овладение будущими учителями математики умением работать со структурой математических утверждений.

3. К изучению сущностных характеристик понятия умения работать со структурой математических утверждений были использованы деятельностный, структурно-функциональный, процессуальный подходы.

Под ***умением работать со структурой математических утверждений*** будем понимать освоенные способы выполнения комплекса действий учителя по анализу, преобразованию и варьированию структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирования систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений.

4. В рамках *структурно-функционального* подхода была спроектирована структура формируемого умения, состоящая из знаниевого и операционного компонентов, логического и методического блоков в каждом из компонентов.

Сформированность каждого из четырех элементов структуры и стали показателями сформированности данного умения. Рассмотрение всевозможных сочетаний этих показателей позволили выделить пять уровней сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений.

5. Выделено три этапа процесса формирования умения работать со структурой математических утверждений: мотивационный, ориентационный и преобразующий.

Цель первого – *мотивационного* – этапа: сформировать устойчивый интерес к работе со структурой математических утверждений. Недостаточность знаний о структуре математических утверждений, методах конструирования задач и их систем для организации изучения математических утверждений диктует необходимость второго этапа процесса формирования данного умения – *ориентационного*. Его цель: сформировать знания, лежащие в основе формируемых умений, входящих в состав умения работать со структурой математических утверждений и вооружить технологией конструирования задач для организации изучения математических утверждений. Научить конструировать системы задач для организации изучения математических утверждений – цель третьего, *преобразующего* этапа.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ РАБОТЕ СО СТРУКТУРОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ

Во второй главе приводятся характеристика целевого, содержательного и процессуального компонентов методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений и описание опытно-экспериментальной работы исследования, проведенной на примере реализации методики в ходе изучения математической логики.

2.1. Компоненты методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений

В данном исследовании нами разработана методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин (на примере дисциплины «Математическая логика») в ходе профессиональной подготовки. Разрабатывая методику, с одной стороны, мы опирались на идеи исследователей в области *интеграции* математической и методической подготовок будущих учителей математики (Н.В. Аммосова, С.Н. Горлова, В.И. Игошин, А.Г. Мордкович, Н.П. Рыжова, К.И. Ткаченко, О.И. Чикунова и пр.), с другой стороны – в области построения методической системы обучения (В.П. Беспалько, Е.В. Данильчук, Н.В. Кузьмина, В.М. Монахов, А.И. Нижников, Т.М. Петрова, Т.К. Смыковская и др.).

Наиболее естественным и эффективным нам видится «проецирование» работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения математической дисциплины. Обоснуем свою позицию использовать термин «проецирование», в противовес тем авторам, которые используют термин «интеграция» («интегрирование») в аналогичных исследованиях.

Согласно философскому словарю, *интеграция* – (от лат. integer – полный, цельный, ненарушенный) – процесс, или действие, имеющий своим результатом целостность; объединение, соединение, восстановление единства.

Термин «интеграция» уместнее использовать в случае, когда содержание дисциплины *не предполагает* явной связи изучения предметного содержания курса с методической подготовкой будущих учителей математики, т.е. необходимо *объединение* (интеграция) указанных процессов в виде авторской методики.

Проецировать – произвести(-водить) проекцию, т.е. осуществить передачу на экран изображений. Из всего многообразия русских синонимов и сходных по смыслу выражений выделим понятия «описание», «проявление» как понятия, раскрывающие смысл термина «изображение», а также выделим основную функцию экрана – преобразование проявлений воздействия одной среды на другую.

Содержание любой математической дисциплины представлено совокупностью ключевых понятий и их свойств, при этом неважно речь идет о школьном курсе математики или курсе высшей математики (например, алгебры). Как следствие, процессы работы над математическим утверждением из школьного курса алгебры и курса высшей математики не имеют значимых отличий, особенно в вопросе работы с их структурой. Поэтому авторская методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин призвана описать преобразования процесса математической подготовки под воздействием естественных, но неявных проявлений процесса методической подготовки в плане формирования умения работать со структурой математических утверждений как результата реализации указанной методики.

Раскроем сущностные характеристики целевого, содержательного и процессуального компонентов данной методики для каждого из этапов формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений.

Целевой компонент методики *обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений* представлен иерархией целей.

Глобальная цель обучения конструированию систем задач – формирование умения у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений – конкретизируется на каждом этапе обучения:

на первом этапе – сформировать устойчивый интерес у будущих учителей математики к работе со структурой математических утверждений;

на втором этапе – сформировать системы логических знаний и умений, выделенных в структуре формируемого умения и вооружить технологией конструирования задач, обеспечивающих изучение математических утверждений на основе варьирования их структуры;

на третьем этапе – научить на основе варьирования структуры математического утверждения прогнозировать и предупреждать ошибки учащихся, конструировать системы задач, обеспечивающие изучение математических утверждений.

Интегративная цель ориентирована на целостное профессиональное становление будущего учителя математики: повысить уровень предметной и методической подготовки студентов математических факультетов педвузов.

Результат обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений:

1) повышение уровня профессиональной подготовки будущих учителей математики через

- определение целей и места использования знаний о структуре математических утверждений для формирования у учащихся системы математических знаний;

- прогнозирование результатов обучения, типичных ошибок учащихся и их предупреждение посредством конструирования систем задач при подготовке к уроку изучения нового математического утверждения;

- проектирование отдельных этапов процессов изучения математических понятий и теорем;

2) достижение студентами высокого уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений, который предполагает наличие потребности к работе со структурой математических утверждений, полноту знаний о структуре математических утверждений, совершенное владение приемами анализа и варьирования структуры математических утверждений для конструирования систем задач, обеспечивающих процесс изучения учащимися математических понятий и теорем.

Для достижения глобальной цели необходимо решить следующие задачи:

Задача 1: сформировать представления о работе учителя со структурой математических утверждений на этапе подготовки к изучению нового материала;

Задача 2: сформировать положительное отношение к процессу работы со структурой математических утверждений;

Задача 3: сформировать логический блок в знаниевом компоненте;

Задача 4: сформировать методический блок в знаниевом компоненте;

Задача 5: сформировать логический блок в операционном компоненте;

Задача 6: сформировать методический блок в операционном компоненте.

Для осуществления проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения математической дисциплины, необходим анализ образовательной программы высшего профессионального образования по профилю «Математика» в Волгоградском государственном социально-педагогическом университете, на базе которого и проводилась опытно-экспериментальная работа.

Результат анализа – цель и задачи освоения любой математической дисциплины профессиональной подготовки можно сформулировать в общем виде.

Цель освоения дисциплины: формирование систематизированных знаний в области _____ (наименование дисциплины) и ее основных методов.

Задачи освоения дисциплины:

(1) формирование базовых знаний по _____ (наименование дисциплины);

(2) формирование научного мировоззрения, логического мышления (последнее – вариативная часть);

(3) формирование умений решать типовые задачи на использование основных методов _____ (наименование дисциплины).

Первая и третья задачи освоения математической дисциплины понятны и не требуют пояснений. Вторая задача имеет обобщенный характер в образовательном процессе, поэтому требует более глубокое осмысления и конкретизации. Для этого обратимся к понятию «научного мировоззрения» и роли образования в его формировании.

Мировоззрение – сложное, синтетическое, интегральное образование общественного и индивидуального сознания. Главную роль в составе мировоззрения играют обобщенные знания – обыденные, профессиональные, научные. Знания становятся мировоззренческими, если они способны выступать средством понимания и объяснения широкого спектра действительности, быть ориентиром в деятельности людей. Однако мировоззрение – это не просто обобщенные знания, ценности, убеждения, установки, а реальная готовность человека к определенному типу поведения в конкретных обстоятельствах. По своему содержанию и направленности мировоззрение может научным и ненаучным, материалистическим или идеалистическим, атеистическим или религиозным, революционным и реакционным [26].

Наука представляет собой мировоззренческую силу. Научное познание стало неотъемлемой стороной бытия человека и общества. Достоверные знания являются важнейшим инструментом и способом теоретического объяснения человеком окружающего мира и самого себя. Без таких знаний невозможно формирование мировоззрения. Научное знание, наука становятся мировоззрением, если мы выходим за её рамки как таковой: мы помещаем её в контекст жизни человека и человечества и видим, каким позитивным потенциалом обладает наука как наиболее надежное из всех имеющихся, динамичное, кумулятивное знание. Научное мировоззрение содержит в себе не разрозненные знания, а их систему, которая отражает, насколько возможно, структуру современного научного знания, организуется вокруг и на основе методологических идей, теорий и принципов. Усвоенные обучающимися системы знания находятся в постоянном движении, соотносятся с другими системами, перестраиваются в соответствии с задачами познания и конкретными задачами их применения. При этом совершается не простой переход от одной системы к другой, а осуществляется обобщение образовательных систем знаний, создание новых систем, также широкий перенос знаний в самые разнообразные жизненные ситуации.

Таким образом, в процессе изучения математической дисциплины студентами формирование научного мировоззрения осуществляется посредством формирования системы предметных знания, уяснения обучающимися соотношения данной системы с другими системами научных знаний, переноса полученных знаний либо в профессиональную деятельность, либо в ситуации, моделирующие её. Из этого следует, что первая и третья задачи «подчинены» более общей второй задаче.

При изучении математических дисциплин происходит соотнесение различных систем знаний. Так, законы логики используются для записи, анализа и доказательства математических утверждений из различных разделов высшей математики. Однако не уточняются связи со школьной математикой, с профессиональной деятельностью учителя математики, с методической подготовкой студентов. Этот факт доказывает необходимость проецирования формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений на процесс изучения математической дисциплины в ходе профессиональной подготовки. В частности, результат проецирования целевого компонента формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений на цели математической дисциплины представлены на рисунке 2.

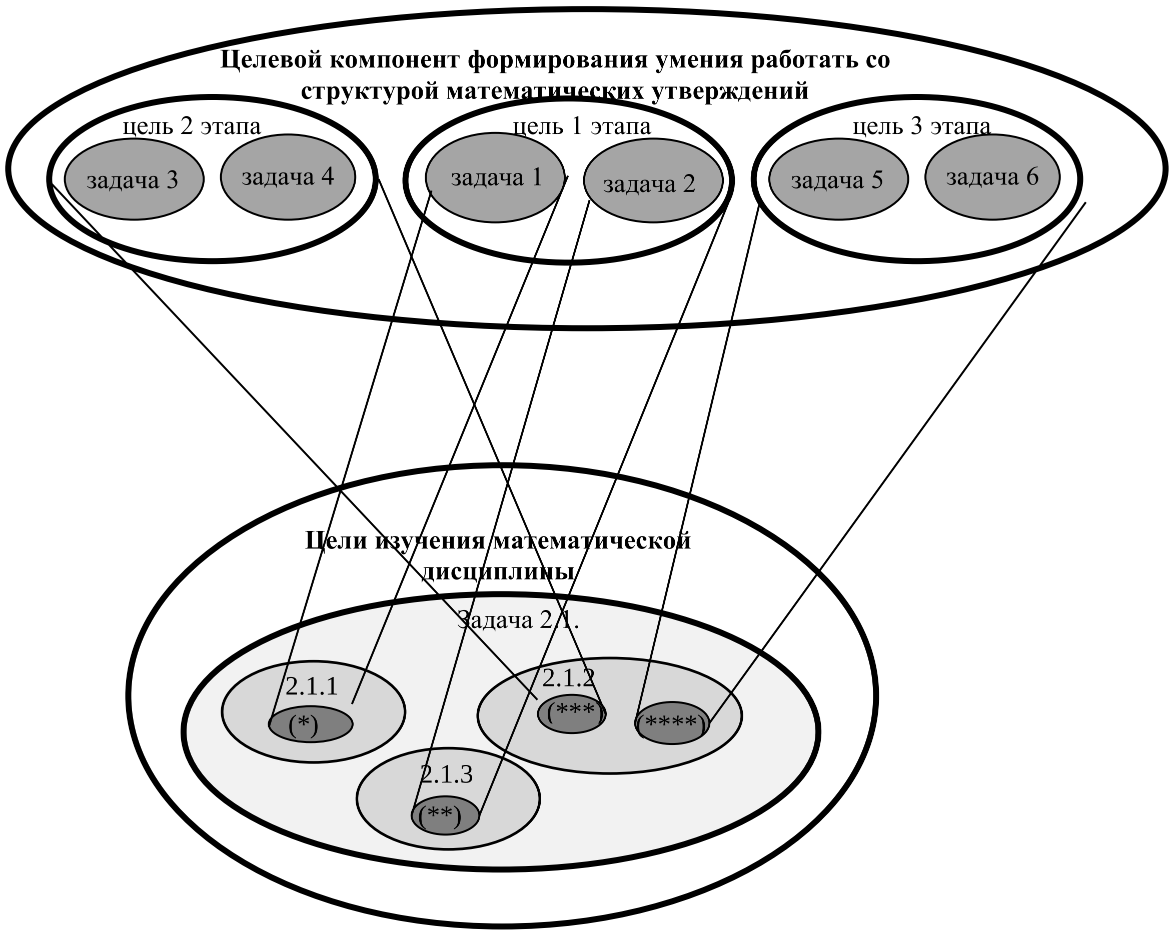

Рис 2. Проецирование целевого компонента формирования умения работать со структурой математических утверждений на цели изучения математической дисциплины

Уточним обозначения, приведенные на рисунке 2.

Задача 2.1. Формирование научного мировоззрения. Она разбивается на подзадачи формирования всех компонентов его структуры, среди которых выделяют познавательный, ценностно-нормативный, эмоционально-волевой, практический.

Познавательный компонент мировоззрения базируется на обобщенных повседневных, профессиональных и научных знаниях. Ценностно-нормативный компонент включает в себя ценности, убеждения, идеалы, верования, нормы, директивные действия и т.д. Эмоционально-волевой компонент обеспечивает эмоционально-волевое освоение знаний, ценностей, норм с целью превращения их в личные взгляды, убеждения, верования, а также отвечает за выработку определенной психологической установки на готовность действовать. Практический компонент формирует готовность человека к определенному типу поведения в конкретных обстоятельствах, в том числе профессиональных.

В текущем исследовании нас более всего интересую процессы формирования обобщенных научных знаний и готовности студента к его профессиональной деятельности, поэтому выделим только подзадачи:

2.1.1. задача формирования познавательного компонента научного мировоззрения;

2.1.2. задача формирования практического компонента научного мировоззрения;

2.1.3. задача формирования эмоционально-волевого компонента.

(*)задача 1 целевого компонента методики;

(**)задача 2 целевого компонента методики;

(***), (****) задачи формирования готовности студентов к определенному типу поведения в конкретных профессиональных обстоятельствах, связанных с изучением математического утверждения.

Используем описанную процедуру проецирования целевого компонента формирования умения работать со структурой математических утверждений на цели изучения дисциплины «Математическая логика» (рис. 3).

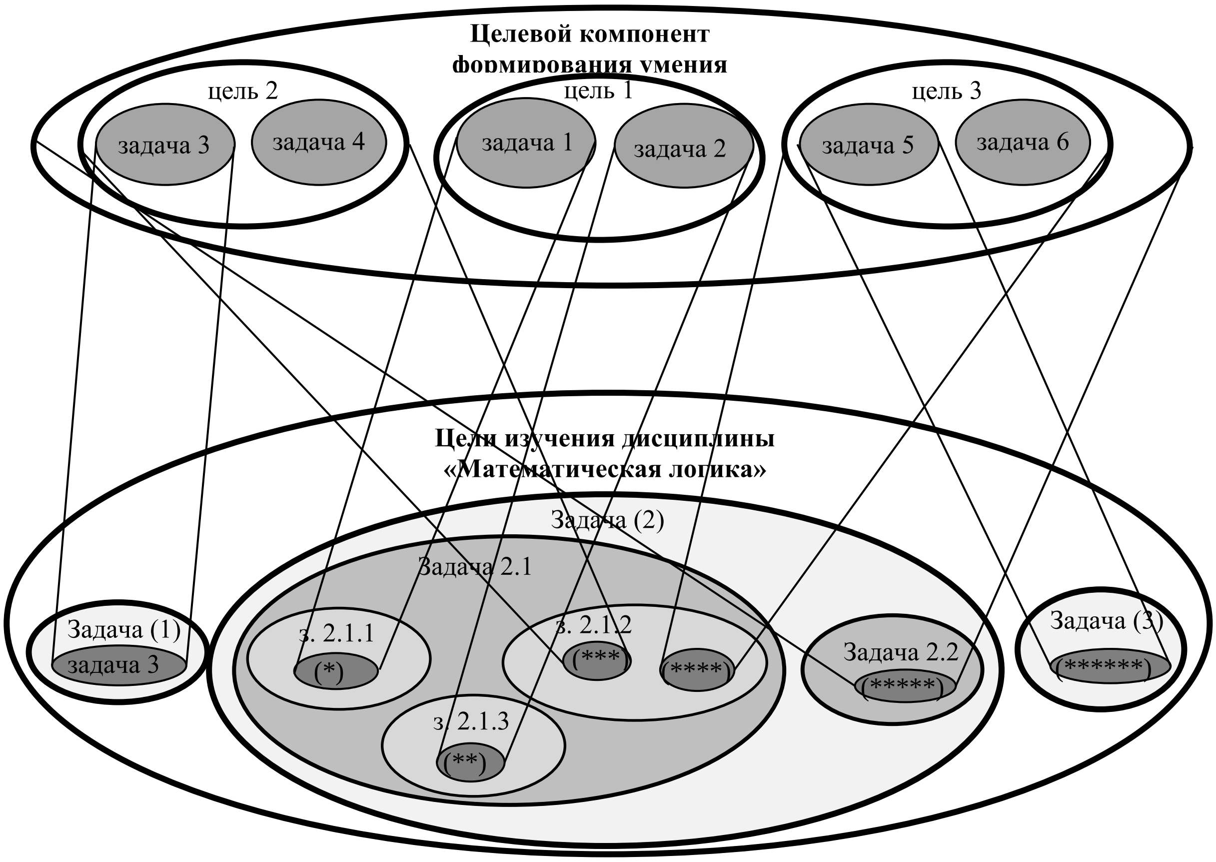

Рис 3. Проецирование целевого компонента формирования умения работать со структурой математических утверждений на цели изучения дисциплины «Математическая логика»

На рисунке 3 задача 2.2. формирование логического мышления эквивалентна задаче формирования умения логически мыслить, решение которой обеспечивается формированием у обучаемых теоретических основ логики; умения правильно совершать такие логические операции как: классификация, обобщение, конкретизация, сравнение, аналогия и пр.; умения использовать ключевые формы мышления; умения аргументировать свои мысли в соответствии с законами логики; умения быстро и эффективно решать задачи как учебные, так и прикладные.

(*****) задача формирования логического мышления является более узкой по отношению к задаче 2.2. только ввиду сужения теоретического и практического материалов.

(******) задача формирования следующих предметных умений:

- отличать высказывания от другого рода предложений;

- определять значения высказываний, полученных в результате конечного числа операций над данными;

- упрощать записи формул АВ (согласно имеющимся правилам опускания скобок);

- находить возможные истинностные значения формулы АВ (т.е. составлять таблицу истинности для формулы АВ);

- доказывать тождественную истинность, ложность, выполнимость формул АВ с помощью таблиц истинности, равносильных преобразований и методом от противного;

- доказывать равносильность двух формул АВ с помощью таблиц истинности и равносильных преобразований;

- упрощать формулу АВ, используя основные равносильности АВ;

- находить все наборы значений переменных, на которых некоторая формула АВ принимает значение И (Л);

- устанавливать логическое следование формул АВ из данной совокупности;

- строить обратную, противоположную, обратную к противоположной теоремы; доказывать теоремы с помощью указанных методов; решать «логические» задачи;

- выполнять операции над предикатами;

- находить область истинности предиката;

- доказывать равносильность двух предикатов;

- проверять логическое следование предикатов;

- различать свободные и связанные вхождения переменных;

- находить значение формулы ЛП в некоторой интерпретации;

- доказывать тождественную истинность, ложность, выполнимость формулы ЛП;

- приводить формулу ЛП к предваренной нормальной форме;

- записывать математические определения и их отрицания на языке ЛП;

- логического следования формул ЛП.

Содержательный компонент методики *обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений*.

Для реализации методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин потребуется реструктуризация их содержания, которая может проявиться в распределении часов между лекционными и практическими занятиями, в выделении отдельных тем дисциплины, которые не находят отражения в школьном курсе математики и могут быть изучены обзорно. Согласно ФГОС, преподаватель самостоятельно определяет содержание дисциплины и планирование часов на её изучение. Главное, чтобы программа курса была согласована с другими дисциплинами ООП ВПО в образовательном учреждении.

В качестве примера нами была произведена реструктуризация содержания программы дисциплины «Математическая логика» (приложение 8).

Анализ научно-методических работ [36, 177, 180, 195 и пр.], посвященных проблеме формирования профессиональных умений у будущих учителей математики, позволил выделить системы задач в качестве наиболее эффективного средства. Таким образом, возникает проблема детального описания систем задач, используемых нами в качестве средства формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений, выделения специфики таких систем задач.

Под *системой задач* будем понимать совокупность упорядоченных и подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводит к заранее намеченному результату [76].

В соответствии с концепцией А.Г. Мордковича профессионально-педагогической направленности обучения математике будущих учителей [126] разработаны общие требования к системе упражнений математического курса педвуза:

- система должна быть полной, т.е. включать в себя упражнения на все основные понятия и методы курса в количестве, достаточном для того, чтобы с надёжностью обеспечить достаточный уровень практических навыков и умений, предопределённый целью, задачами и программой курса;

- упражнения в системе должны иметь явно выраженную школьную направленность, проявляющуюся как в содержании задач, так и выборе аппарата, который используется при решении задач;

- при составлении системы упражнений должен использоваться принцип наглядности;

- при составлении системы упражнений должен использоваться принцип политехнизма;

- система должна включать в себя большое число упражнений, с помощью которых у студентов вырабатываются навыки и умения составления примеров и задач;

- в системе должны содержаться упражнения по формированию понятий.

Детализируем перечисленные требования в соответствии с темой нашего исследования и сформулируем *требования к системам задач* в содержании математической дисциплины как к основному средству формирования умения работать со структурой математических утверждений у будущих учителей математики:

- система задач моделирует деятельность учителя математики с понятиями и теоремами на этапе подготовки к уроку изучения учащимися нового материала;

- в систему должны быть включены задачи, с помощью которых реализуется каждое действие, входящее в состав формируемого умения;

- задачи в систему отбираются в соответствии с этапами процесса формирования умения.

Выделим особенности системы задач как основного средства формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений (на примере дисциплины «Математическая логика»).

Первая особенность – использование парных задач: одна нацелена на формирование умений, обеспечивающих анализ структуры математических утверждений, вторая – конструирование задач для организации процесса изучения математических утверждений. Приведем пример.

Задача. В предложениях вместо пропусков вставить «необходимо» или «достаточно» с целью получения истинного высказывания (в скобках указаны верные ответы):

а) Для параллельности прямых в пространстве ……………, чтобы они не пересекались (необходимо);

б) Для равносильности двух систем …………….., чтобы каждое решение одной из них было решением и второй (достаточно).

Задача’ (парная). Используя материалы школьного курса алгебры по теме «Свойства функций», составьте задачи на выявление необходимых и достаточных условий теоремы.

Вторая особенность – использование материала из различных школьных учебников по алгебре и геометрии. Это позволяет не только систематически актуализировать знания школьной математики у студентов академической группы, но и моделировать профессиональный этап подготовки к введению нового математического понятия в ходе решения указанных выше задач.

Также некоторые определения понятий из школьных учебников по алгебре и геометрии необходимо адаптировать при формулировании задач по математической логике. Например, в школьном учебнике приводится следующее определение: "Простым называют натуральное число, имеющее ровно два натуральных делителя: единицу и само это число". Однако, с точки зрения логики, такая формулировка определения не является высказыванием, поэтому вместо глагола «называют» будем использовать глагол «является».

Третья особенность заключается в отсутствии четких границ между системами задач (они взаимно пересекаются) и многообразии их типов. Так, например, задачи на формирование умения строить утверждения, ассоциированные с данным, также включаются в систему задач на формирование умения преобразовывать логическую структуру математического утверждения.

Перейдем к вопросу описания типологии систем задач, используемых нами в рамках текущего исследования. Отметим, что типологию систем задач, направленных на достижение предметных целей курса проводить не будем, остановимся только на типологии систем задач на достижение методической цели курса (сформировать умение работать со структурой математических утверждений).

***По компонентам учебной деятельности*:** *мотивационные* (формируют потребность в овладении умением работать со структурой математических утверждений), *формирующие* (направлены на формирование блоков и компонентов умения работать со структурой математических утверждений), *диагностирующие* (отражающие динамику уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений).

Мотивационные системы задач востребованы на первом этапе формирования умения работать со структурой математических утверждений. Примеры описаны в параграфе 1.2.

Формирующие системы задач строятся в соответствии со структурой умения.

Приведем пример системы задач на формирование *умения выполнять логический анализ структуры математического утверждения* (логический блок). В частности на определение математического понятия, которое осуществляется через фиксацию рода, существенных свойств, целостной системы существенных свойств понятия, связи (конъюнктивной, дизъюнктивной или импликативной) существенных свойств:

Задачи на выделение родового понятия:

«Алгебра высказываний».

Задача 1. В предложении вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения истинного высказывания:

Параллелограмм – ______ (многоугольник, четырехугольник, геометрическая фигура), у которого(ой) противоположные стороны попарно параллельны.

Задача 1'. Составьте аналогичные задачи на уяснение обучающимися ближайшего родового понятия, используя основные понятия темы: «Выпуклые четырехугольники».

Задача 2. Установите истинность высказываний A, B, C, $A \vee B$, $C \to A$, $B \vee C \to \neg A$, $C \to (A \leftrightarrow B)$: A: "Одночленом является выражение с числами, переменными и их степенями" (ложное, правильно: одночленами называют произведения чисел, переменных и их степеней); B: "Степенью одночлена является произведение показателей степеней всех переменных, входящих в его состав" (ложное, правильно: степенью одночлена является сумма показателей степеней всех переменных, входящих в его состав); C: "Одночлены, имеющие одинаковую буквенную часть, являются подобными одночленами" (истинное).

Задача 2'. Составьте задачи на установление истинности высказываний, используя теоретический материал по теме: «Свойства функции».

Задача 3. Установите истинность высказываний A, B. В предложении C вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения ложного высказывания $\neg B \to (A \leftrightarrow C)$:

A: "Правильным многоугольником является выпуклый многоугольник, у которого все стороны равны" (ложное);

B: "Арккосинусом числа a является такое число, косинус которого равен a" (ложное, арккосинусом числа a называется такое число из отрезка $[0;\pi]$, косинус которого равен a);

C: "Геометрическим телом называют ограниченную ____ (фигуру, связную фигуру) в пространстве, которая содержит все свои граничные точки, причем сколь угодно близко от любой граничной точки находятся внутренние точки фигуры".

Задача 3'. Составьте аналогичные задачи, используя материалы школьных учебников по геометрии.

«Логика предикатов».

Задача 4. Определите, какое из следующих множеств является областью истинности предиката:

а) $P(x)$: "x – четырехугольник, у которого все стороны равны".

Варианты множеств: множество ромбов, множество квадратов, множество параллелограммов.

б) $P(x,y)$: "x,y – пара векторов на плоскости, лежащих на одной или параллельных прямых".

Варианты множеств: пары коллинеарных векторов, пары сонаправленных векторов, пары противоположно направленных векторов.

в) $P(x)$: "x – числовое множество, каждый элемент которого по модулю не превосходит некоторого фиксированного числа a".

Варианты множеств: совокупность конечных множеств, совокупность конечных множеств, совокупность непустых множеств, совокупность числовых ограниченных множеств.

Задача 4'. Составьте аналогичные задачи, используя материалы школьных учебников по геометрии.

Задачи на уяснение логических связок между существенными свойствами понятия:

«Алгебра высказываний».

Задача 5. Вместо пропусков вставьте одну из логических операций так, чтобы следующее высказывание принимало истинное значение:

а) $A\_B\_C \leftrightarrow D$, где A: "данная дробь является бесконечной"; B: "данная дробь является десятичной"; C: "данная дробь не является периодической"; D: "данная дробь является иррациональным числом";

б) $A\_B\_\_C$, где A: "элемент x принадлежит разности множеств X_1 и X_2"; B: "элемент x принадлежит множеству X_1"; C: "элемент x принадлежит множеству X_2".

Задача 5’. Составьте задачи, аналогичные задаче 6, используя теоретический материал по теме: «Операции над множествами».

«Логика предикатов».

Задача 6. Определите, какие из предложенных ниже элементов лежат в области истинности предиката $P(x)$, заданного на множестве M :

$P(x)$: $A(x)\wedge B(x)$, где M – множество функций действительного аргумента, $A(x)$: "для любого значения аргумента x верно равенство $f(x)=f(-x)$", $B(x)$: "область определения функция $y=f(x)$ симметрична относительно нуля".

1) $y=x^2$ на $[0;+\infty]$; 2) $y=(x-1)^2+1$ на $[-4;4]$; 3) $y=x^2+1$ на $[-4;4]$.

Пример системы задач на формирование *умение прогнозировать и предупреждать «логические» ошибки учащихся при формулировке математического утверждения* (методический блок), к примеру, определения некоторого математического понятия. Анализ учебных пособий по логике [35, 61, 67 и пр.] позволил выделить следующий перечень логических ошибок в формулировке определения некоторого математического понятия:

- несоизмеримость определяющего и определяемого понятий, например, ввиду подмены ближайшего родового понятия другим. При этом либо объем определяемого понятия шире объема определяющего, например, «ромб – прямоугольник, у которого все стороны равны», либо объем определяемого понятия уже объема определяющего, к примеру, «квадрат – параллелограмм, у которого все стороны равны».

- использование некоторого понятия, не являющего ближайшим родовым. Например, квадрат – это *параллелограмм*, у которого все углы и стороны равны; в этом случае определяемое и определяющее понятия совпадают, но параллелограмм не является ближайшим родовым понятием;

- избыточность определения;

- наличие внутренних противоречий (определяемое понятие вообще не существует).

«Логика предикатов».

Задача 1. Двухместные предикаты P и R заданы на множестве. Выяснить, является ли предикат равносильными, где

а) $P(x, y)$: "прямые x и y пересекаются", $R(x, y)$: "прямые x и y не параллельны", M – множество всех прямых в пространстве;

б) $P(x)$: "x является прямоугольником", $R(x)$: "x является параллелограммом, у которого смежные углы равны", M – множество выпуклых четырехугольников;

в) $P(x)$: "x является кубом", $R(x)$: "x является параллелепипедом, у которого одна из граней квадрат", M – множество выпуклых многогранников.

Один из способов определения равносильности предикатов вытекает из условия равенства областей истинности равносильных предикатов. С точки зрения логики, процесс проверки определения математического понятия на соответствие требованию соразмерности определяемого и определяющего понятий является процессом определения равносильности предикатов P и R, области истинности которых составляют объемы этих понятий соответственно.

Так, например, в ходе решения пункта в) данной задачи, убеждаемся в том, что предикаты не равносильны, поскольку их области истинности не совпадают. Параллелепипед, у которого одна из граней является квадратом, не обязан быть кубом, более того, в данном случае предикат $R(x)$ логически следует из предиката $P(x)$, т.е. объем определяющего понятия шире объема определяемого.

Задача 1’. Составьте задачи, аналогичные задаче 1, используя теоретический материал по теме: «Многогранники».

Задача 2. В предложенных ниже предикатах вместо пропусков вставьте математический термин так, чтобы предикаты были равносильными:

а) $P(x)$: "x является ромбом, у которого один из углов прямой", $R(x)$: "x является _______ $R(x, y)$, M – множество выпуклых четырехугольников;

б) $P(x)$: "x является параллелепипедом", $R(x)$: "x является призмой, в основании которой лежит _______", M – множество выпуклых многогранников.

Задача 2'. Составить задачи, аналогичные задаче 2, используя теоретический материал по теме: «Многогранники».

При конструировании задач на выявление избыточности определения будем учитывать следующий математический факт, понимая под $P_i(x)$, где $i = 1,...,n$, существенное свойство определяемого математического понятия (видовое отличие):

Если $P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge ... \wedge P_{n-1}(x) \wedge P_n(x) \equiv P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge ... \wedge P_{n-1}(x)$, то $P_n(x)$ является логическим следствием $P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge ... \wedge P_{n-1}(x)$.

Последнее означает, что $P_n(x)$ существенное свойство математического понятия, которое делает определение этого понятия избыточным, а, значит, должно быть указано в учебнике как теорема или следствие из определения.

Задача 3. Выясните, какие из следующих предикатов равносильны:

$P_1(x) \wedge P_2(x)$, $P_3(x) \wedge P_4(x)$, $P_1(x) \wedge P_3(x)$, $P_2(x) \wedge P_4(x)$, $P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge P_3(x)$, $P_1(x) \wedge P_2(x) \wedge P_4(x)$, $P_1(x) \wedge P_3(x) \wedge P_4(x)$, $P_2(x) \wedge P_3(x) \wedge P_4(x)$, где $P_1(x)$: "AB=CD", $P_2(x)$: "$BC=AD$", $P_3(x)$: "$AB||CD$" и $P_4(x)$: "$BC||AD$" предикаты, заданные на множестве всех выпуклых четырехугольников.

В ходе решения данной задачи студенты должны убедиться в том, что области истинности данных предикатов совпадают с множеством всех параллелограммов (т.е. равносильны любые два). Тогда, например, предикат $P_1(x)$ является следствием предиката $P_3(x) \wedge P_4(x)$, что делает условие $P_1(x)$ избыточном в определении параллелограмма посредством существенных свойств $P_3(x)$ и $P_4(x)$.

Задача 3’. Составьте задачи, аналогичные задаче 3, используя определения понятий из школьного курса математики, в которых выделено несколько существенных свойств.

Задача 4. Укажите какие из предикатов имеют пустую область истинности: $P_1(x)\wedge P_2(x)$, $P_3(x)\wedge P_4(x)$, $P_1(x)\wedge P_3(x)$, $P_2(x)\wedge P_4(x)$, $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge P_3(x)$, $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge P_4(x)$, $P_1(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$, $P_2(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$, $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge\neg P_3(x)$, $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge\neg P_4(x)$, $\neg P_1(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$, $\neg P_2(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$, где $P_1(x)$: "$AB=CD$", $P_2(x)$: "$BC=AD$", $P_3(x)$: "$AB||CD$" и $P_4(x)$: "$BC||AD$" предикаты, заданные на множестве всех выпуклых четырехугольников.

Условие $P_4(x)$ является следствием условия $P_1(x)\wedge P_2(x)$, а, значит, область истинности предиката $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge\neg P_4(x)$ пустая. Аналогично для предикатов $P_1(x)\wedge P_2(x)\wedge\neg P_3(x)$, $\neg P_1(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$, $\neg P_2(x)\wedge P_3(x)\wedge P_4(x)$.

Задача 4. Составьте задачи, аналогичные задаче 4, используя определения ромба, трапеции, квадрата, прямоугольника.

Специфика нашего исследования диктует необходимость еще одной классификации систем задач по **охвату области деятельности** учителя со структурой математических утверждений: *локальные* (моделируются отдельные действия учителя со структурой математических утверждений) и *общие* (моделируется работа учителя со структурой определения математического утверждения).

Приведем пример *локальной* системы задач на выделение необходимых и достаточных условий теоремы и конструирование задач на их усвоение.

Задача 1. В предложениях вместо пропусков вставить «необходимо» или «достаточно» с целью получения истинного высказывания (в скобках указаны верные ответы):

а) Для параллельности прямых в пространстве ……………, чтобы они не пересекались (необходимо);

б) Для равносильности двух систем …………….., чтобы каждое решение одной из них было решением и второй (необходимо и достаточно);

в) Для равенства двух векторов ……………., чтобы их длины совпадали (необходимо).

Задача 2. Выделите необходимые и достаточные условия в следующем утверждении: «Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости».

Данная теорема имеет вид: $(\forall x \in M)(B(x) \Rightarrow A_1(x) \vee A_2(x))$. Условия $A_1(x)$ и $A_2(x)$ (по отдельности) не являются необходимыми для $B(x)$, т.е. $B(x)$ не является достаточным для каждого из $A_1(x)$ и $A_2(x)$ $A_1(x)$ и $A_2(x)$ по отдельности. Тогда утверждение вида: $(\forall x \in M)(B(x) \Rightarrow A_i(x))$ $(i = 1, 2)$ является ложным. Знание этого факта, позволяет сконструировать предложение, заведомо ложное, и предложить его для рассмотрения учащимся.

"Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая также параллельна этой плоскости".

"Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая лежит в этой плоскости".

Задача 3. Приведите примеры теорем из школьного курса математики, имеющие следующие структуры:

$(\forall x \in M)(A_1(x) \wedge A_2(x) \Rightarrow B(x))$; $(\forall x \in M)(A_1(x) \vee A_2(x) \Rightarrow B(x))$;

$(\forall x \in M)(A(x) \Rightarrow B_1(x) \wedge B_2(x))$; $(\forall x \in M)(A(x) \Rightarrow B_1(x) \vee B_2(x))$;

$(\forall x \in M)((C(x) \Rightarrow D(x)) \Rightarrow B(x))$.

Укажите в этих теоремах необходимые и достаточные условия и сконструируйте ложные или истинные утверждения на их «отработку» по аналогии с задачами 4 (школьный курс математики) и 5 (курс высшей математики).

Задача 4. («Математическая логика»). Установите истинностное значение каждого из следующих высказываний:

а) Если функция чётная, то область её определения симметрична относительно начала координат; (истинное)

б) Если функция не является чётной, то она принимает различные значения на противоположных значениях аргумента, а область её определения не симметрична относительно начала координат; (ложное)

в) Если функция не является чётной, то либо она принимает различные значения на противоположных значениях аргумента, либо область её определения не симметрична относительно начала координат; (ложное)

г) Если область определения функции симметрична относительно начала координат и она принимает одинаковые значения на противоположных значениях аргумента, то функция чётная; (истинное)

Задача 5 («Дискретная математика»). Выберите верное:

а) Если для любой вершины v графа G выполняется неравенство $\deg v \geq n/2$, то G – гамильтонов граф; (ложное)

б) Если $|G| = n \geq 3$ и для некоторой вершины v графа G выполняется неравенство $\deg v \geq n/2$, то G – гамильтонов граф; (ложное)

в) Если G – гамильтонов граф с числом вершин, большим 2-х, то для любой вершины v графа G выполняется неравенство $\deg v \geq n/2$; (ложное)

г) Если G не является гамильтоновым графом, то существует вершина v графа G, для которой выполняется неравенство $\deg v < n/2$; (истинное)

д) Если G не является гамильтоновым графом, то для любой вершины v графа G выполняется неравенство $\deg v < n/2$; (ложное)

Решение задачи 5 основывается на знании теоремы (Г. Дирак, 1952 г.): Если $|G| = n \geq 3$ и для любой вершины v графа G выполняется неравенство $\deg v \geq n/2$, то G – гамильтонов граф (теорема является достаточным, но не необходимым условием гамильтоновости графа).

Формулировка системы задач, моделирующей деятельность учителя со структурой определения математического понятия или теоремы на этапе подготовки к уроку изучения учащимися нового материала, звучит так: проведите анализ структуры определения математического понятия (теоремы), на основе чего сконструируйте задачи для каждого этапа его изучения, спрогнозируйте возможные логические ошибки учащихся при его формулировании.

Выше приведены две классификации систем задач, каждая из которых полностью исчерпывает весь объем задач, предлагаемых нами в качестве средства формирования умения работать со структурой математических утверждений. Однако, внутри каждого вида можно выделить подвиды. Например, системы задач можно классифицировать по методам их конструирования. Напомним, что такие системы обязательны в практикуме математической дисциплины, поскольку, анализируя эти системы на практических занятиях, мы можем изложить теоретический материал по методам конструирования систем, что не входит в программу данного курса.

Классифицируем системы задач **по степени самостоятельности** в решении: *тестовые задания закрытого типа*, *тестовые задания открытого типа*; *задачи с увеличением степени самостоятельности*.

Отметим, что тестовые задания бывают закрытыми и открытыми. К закрытым относятся те вопросы, на которые в тестовом задании уже содержится правильный ответ. Его и должен найти обучающийся. Выделяют четыре типа закрытых тестовых заданий: предполагающие восстановление некоторого соответствия; обладающие альтернативным ответом; предполагающие множественный выбор; задания, в которых необходимо установить верную последовательность.

При ответе на открытое тестовое задание обучающийся должен дать развёрнутый письменный ответ. Выделяют открытые задания двух типов:

- задания со свободным ответом;

- задания-дополнения, которые предполагают, что обучающийся при ответе внесёт намеренно пропущенные термины и понятия в текст или предложение. Приведем пример.

Задача 1. В предложении вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения истинного высказывания:

Параллелограмм – ______ (многоугольник, четырехугольник, геометрическая фигура), у которого(ой) противоположные стороны попарно параллельны.

Задача 2. В предложении вместо пропусков вставить слово с целью получения истинного высказывания:

Квадрат – ______, у которого все стороны равны.

Задача 3. Записать определение возрастающей функции на языке математической логики (алгебры высказываний, логики предикатов).

Решение второго задания требует не выбора родового понятия из предложенных, а самостоятельного его выделения. Вторая задача является подзадачей последней задачи.

Таблица 6.

Распределение систем задач на этапах формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений

Типология задач		**Этапы процесса формирования умения работать со структурой математических утверждений**		
		мотива-ционный	*ориента-ционный*	*преобра-зующий*
По компонентам ученой деятельности	*мотивационные*	+		
	формирующие		+	+
	диагностирующие		+	+
По охвату области деятельности	*локальные*	+	+	
	общие			+
По степени самостоя-тельности	*тестовые задания закрытого типа*		+	+
	тестовые задания открытого типа		+	+
	задачи с увеличением степени самостоятельности		+	+

Процессуальный компонент методики *обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений* реализуется через педагогические условия, средства, методы и формы организации обучения, способствующие успешному формированию указанного умения.

С одной стороны, выбранное средство обучения будет эффективным, если создать определенные педагогические условия. С другой стороны, одной из важнейших сторон деятельности учителя является выбор наиболее эффективного в данной учебной ситуации метода обучения, оптимального для данных условий. Как следствие, методы зависимы от условий, а педагогические условия зависимы от средств обучения. Таким образом, средства обучения являются основным элементом процессуального компонента разрабатываемой методики. В качестве основного средства обучения работе со структурой математических утверждений нами были выделены системы задач, описаны их особенности, типология и требования к ним.

Системы задач служат основой квазипрофессиональных ситуаций, которые моделируются преподавателем.

В работах Н.М. Бакшаевой, А.А. Вербицкого, А.И. Щербакова и др. выделяется квазипрофессиональная деятельность как одна из ведущих форм деятельности в процессе профессиональной подготовки студентов.

По мнению А.И. Щербакова, перевод студентов с первых дней их обучения в институте с позиций школьника на позиции учителя является одним из эффективных путей профессиональной адаптации. А.А. Вербицкий, основываясь на психолого-педагогическом анализе, приходит к выводу, что учебный процесс в вузе должен идти по пути последовательного систематического приближения обучаемого к производству средствами моделирования его будущей профессиональной деятельности, начиная с первого курса. Такое обучение он называет «контекстным». Сущностной характеристикой этого обучения является моделирование с помощью знаковых средств на языке учебных дисциплин, предметного и социального содержания будущей профессиональной деятельности, при этом единицей работы преподавателя и студента в контекстном обучении является не «порция информации», а ситуация, которая несет в себе возможности развертывания содержания образования в его динамике.

Л.В. Шкерина [196] описывает квазипрофессиональную деятельность будущих учителей математики в процессе математической подготовки в педвузе. Квазипрофессиональная деятельность рассматривается автором как некоторый контекст будущей профессиональной деятельности учителя математики, отражающий ее конструктивный (связанный с отбором, композицией, проектированием учебно-воспитательного материала, созданием планов) и организаторский (связанный с изложением учебного материала учителем, его собственным поведением и поведением детей) аспекты.

Анализ научно-методических исследований [15, 196 и пр.] позволил выделить квазипрофессиональные ситуации следующих типов: анализ трудностей учащихся при изучении понятий и теорем, проблемы деятельности учителя математики по организации изучения математического утверждения, анализ методических ошибок учителя и причин их возникновения, сопоставление материала учебников разных авторов, анализ различных подходов к изучению математических утверждений.

В параграфе 1.2 описаны методы и формы организации обучения работе со структурой математических утверждений. Остался нерешенным вопрос создания необходимых педагогических условий для формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин.

Неоднозначность позиций авторов в вопросе определения понятия «педагогические условия» породило многообразие его трактовок. Согласимся с мнением исследователей (В.И. Андреев, А.Я. Найн, Н.М. Яковлева), понимающих под педагогическими условиями совокупность каких-либо мер педагогического воздействия и возможностей материально-пространственной среды.

Обобщение результатов многочисленных научно-педагогических исследований [19, 55, 201 и пр.] показывает, что в теории и практике педагогики можно встретить такие разновидности педагогических условий как организационно-педагогические, психолого-педагогические, дидактические и пр. Проанализировав характеристику каждого из указанных видов, мы выделили следующие педагогические условия для эффективного обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин:

- реструктуризация содержания программы математической дисциплины как результат проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения данной дисциплины;

- трансформация содержания математической дисциплины в системы задач, решение которых моделирует процесс работы учителя математики со структурой математических утверждений;

- вовлечение студентов в работу со структурой математических утверждений через организацию самостоятельной работы посредством создания квазипрофессиональных ситуаций;

- осуществление мониторинга динамики формирования указанного умения;

- реализация индивидуального подхода в процессе коррекции сформированности умения работать со структурой математических утверждений, базирующейся на учете ошибок студента и последующем построении индивидуальной образовательной траектории обучения;

- наличие у преподавателя математических дисциплин знаний методики работы с математическими утверждениями и опыта методической деятельности по их изучению.

Таким образом, представим компоненты методики обучения будущих учителей математике на схеме (рис.4)

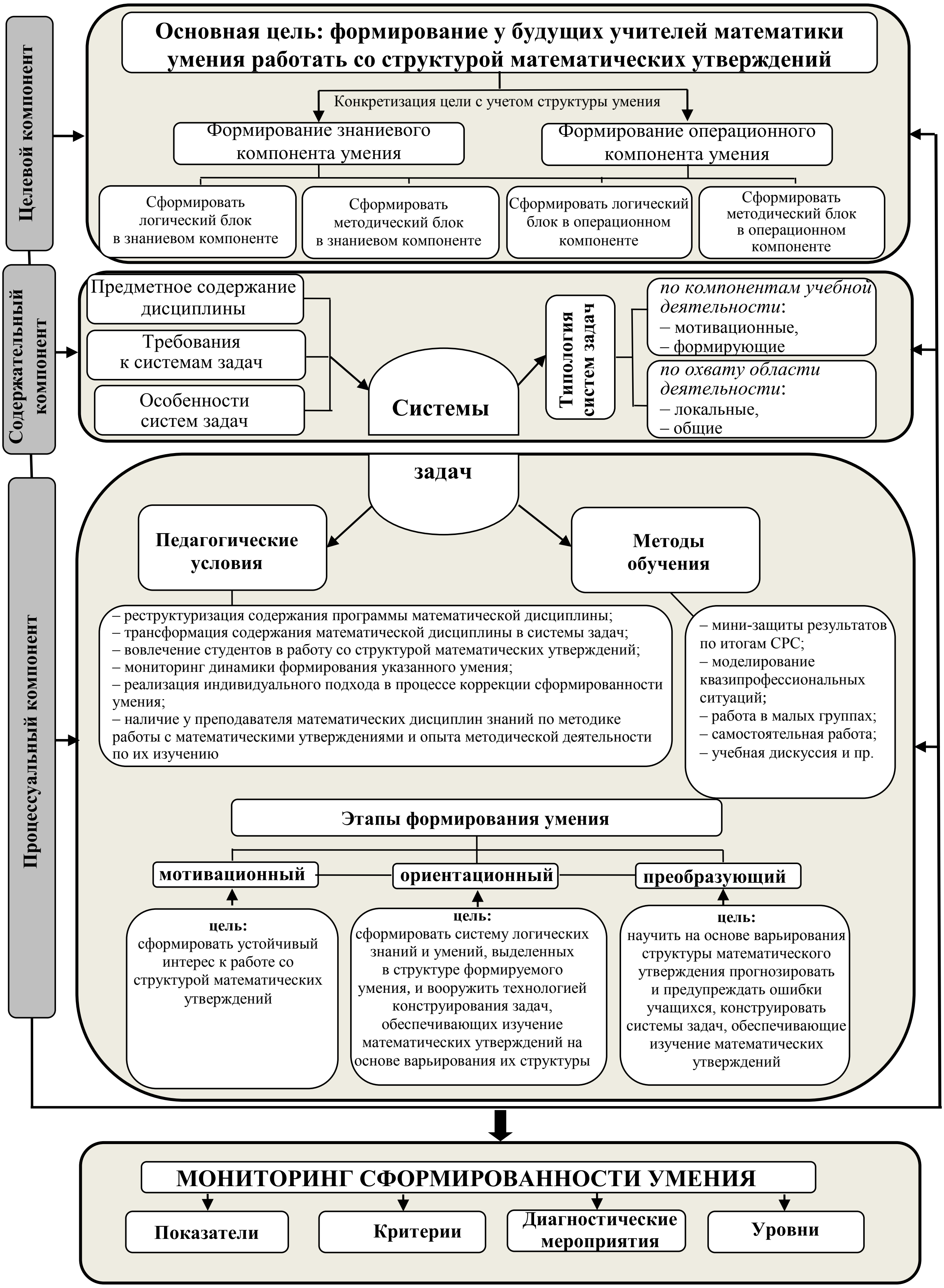

Рис. 4. Компоненты методики формирования умения работать со структурой математических утверждений

2.2. Опытно-экспериментальная работа по реализации методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений на примере изучения дисциплины «Математическая логика»

Опытно-экспериментальная работа по оценке эффективности методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений (на примере дисциплины «Математическая логика») проводилась на базе математического факультета ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет» с 2009 года по 2014 год. В экспериментальной работе приняли участие 333 человека, среди которых и учителя математики, и студенты очной и заочной форм обучения. Опытно-экспериментальная работа представлена констатирующим, поисковым и формирующим экспериментами.

Констатирующий эксперимент, в котором приняли участие 219 человек, проводился в два этапа.

Первый этап констатирующего эксперимента проводился на базе Волгоградской государственной академии повышения квалификации и переподготовки работников образования с целью выявления у учителей математики (117 человек) отношения к работе со структурой математических утверждений в процессе подготовки учителя к уроку изучения нового материала посредством анкетирования (Приложение 1). Анализ результатов анкетирования показал, что только менее 50% тестируемых учителей смогли удовлетворительно ответить на поставленные вопросы в объеме 60% и выше. Полученные данные свидетельствуют о низкой оценке отношения к процессу подготовительной работы у уроку изучения учащимися нового материала, более того, о низком уровне сформированности профессионально значимого умения работать со структурой математических утверждений.

Второй этап констатирующего эксперимента заключался в выявлении уровней сформированности умения работать со структурой математических утверждений у студентов (102 человека) математического факультета до изучения дисциплин методической подготовки (3 курс) и после (5 курс). В качества средства диагностики нами был разработан тест (приложение 2), состоящий из 4-х частей, каждая из которых соответствует одному из показателей. В первой части теста оценивались знания студентов в области математической логики, во второй – их умения решать типовые задачи в этой области, а в третьей и четвертой – знания и умения, составляющие основу методического блока формируемого умения.

Сформированность каждого их показателей оценивали по 10 балльной шкале. Показатель считался сформированным, если студент набрал 9 или 10 баллов в ходе диагностического мероприятия. Результаты тестирования представлены в таблице 7.

Таблица 7.

Результаты второго этапа констатирующего эксперимента

Уровни сформированности умения	М-3	М-5
Нулевой	7 (12.5%)	9 (19.57%)
Первый	29 (51.79%)	20 (43.48%)
Второй	17 (30.36%)	10 (21.74%)
Третий	2 (3.571%)	6 (13.04%)
Четвертый	1 (1.786%)	1 (2.174%)
$\sum$	56 (100%)	46 (100%)

Для данных, измеренных в порядковой шкале, целесообразно использование критерия однородности χ^2. Задача: определить достоверность совпадений и различий для пары экспериментальных данных, измеренных в порядковой шкале с использованием критерия однородности χ^2.

Характеристикой группы М-3 является вектор баллов порядковой шкале с $L = 5$ различными баллами (уровнями): $n_1 = (n_{11},...,n_{1L})$, $\sum_{i=1}^{L} n_{1L} = N_1 = 56$.

Характеристикой группы М-5 является вектор баллов: $n_2 = (n_{21}, ..., n_{2L})$, $\sum_{i=1}^{L} n_{2L} = N_2 = 46$.

При уровне значимости $\alpha = 0.05$ с использованием критерия однородности χ^2 проверить нулевую гипотезу H_0: Различия в распределении студентов групп М-3 и М-5 по уровню сформированности у них умения работать со структурой математических утверждений незначимы.

Эмпирическое значение критерия $\chi^2_{эмп} = 4.78346$, критическое значение $\chi^2_{cr} = 9.46$. В результате получаем статистический вывод. Так как $\chi^2_{эмп} < \chi^2_{cr}$ нулевая гипотеза H_0 не отвергается, характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости $\alpha = 0.05$. Это означает, что воздействие примененной методики не подтверждается результатами эксперимента с доверительной вероятностью 95%.

Таким образом, следует повысить эффективность обучения будущих учителей математике работе со структурой математических утверждений посредством реализации авторской методики формирования умения работать со структурой математических утверждений.

В ходе ***поискового эксперимента***, в котором приняли участие студенты очной и заочной форм обучения (69 человек) апробировались отдельные системы задач, выявлялись эффективные методы обучения, уточнялась гипотеза исследования.

Формирующий эксперимент был организован и проведен в естественных условиях учебного процесса изучения дисциплины «Математическая логика» студентами 3 курса (47 человек) факультета математики, информатики и физики ВГСПУ.

Цели формирующего эксперимента:

1) выявить педагогические условия процесса обучения будущих учителей работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин;

2) доказать эффективность разработанной методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений (на примере дисциплины «Математическая логика»).

Педагогические условия процесса обучения будущих учителей работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин сформулированы в параграфе 2.1.

Доказательство эффективности разработанной методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений требует описания диагностических мероприятий для определения уровней сформированности соответствующего умения.

С целью определения начального уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений у студентов контрольной и экспериментальной групп было проведено тестирование (приложение 2).

Реализация разработанной методики проходила при изучении разделов «Алгебра высказываний» и «Логика предикатов». Были проведены следующие диагностические мероприятия:

1) Коллоквиумы (приложение 3) и самостоятельные работы (приложение 4) проводились с целью оценки сформированности показателя p_1 и p_2 соответственно.

2) Вопросы экспресс-контроля, с примерным содержанием которых можно ознакомиться в Приложении 5 (от 0 до 2 баллов за каждый) разрабатывались с целью оценки сформированности показателя p_3.

3) Индивидуальная работа (приложение 6) и домашние задания (приложение 7), которые оценивались до 4 баллов (по 0,2 за каждое), были предложены студентам для оценивания сформированности показателя p_4.

Показатель считали сформирорванным, если по результатам всех диагностических мероприятий, направленных на его оценивание, студент набирал более 7 баллов (от 8 до 10 включительно).

Результаты эксперимента представлены в таблице 8.

Таблица 8.

Данные, полученные в ходе формирующего эксперимента

Уровень сформированности умения	Экспериментальная группа, кол. чел.		Контрольная группа, кол. чел.	
	Начало эксперимента (n_{1j})	Конец эксперимента (n_{2j})	Начало эксперимента (n_{3j})	Конец эксперимента (n_{4j})
Нулевой	19 (76 %)	2 (8 %)	12 (54.5 %)	10 (45.5 %)
Первый	6 (24 %)	3 (12 %)	7 (31.8 %)	8 (36.4 %)
Второй	0 (0 %)	1 (4 %)	1 (4.55 %)	2 (9.09 %)
Третий	0 (0 %)	5(20 %)	1 (4.55 %)	1 (4.55 %)
Четвертый	0 (0 %)	14 (56 %)	1 (4.55 %)	1 (4.55 %)
Σ	25 (100%)	25 (100%)	22 (100%)	22 (100%)

Произведем парные сравнения. Определим достоверность совпадений и различий для пары экспериментальных данных, измеренных в порядковой шкале с использованием критерия однородности χ^2. При данном уровне значимости проверим нулевую гипотезу H_0: $X_1 = X_2$ об однородности двух выборок. Алгоритм заключается в следующем:

1. Вычислить для двух сравниваемых выборок величину χ^2 – эмпирическое значение критерия χ^2 по формуле (1):

$$\chi^2 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{j=1}^{L} \frac{\left(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j}\right)^2}{n_{1j} + n_{2j}} \qquad (1)$$

2. Сравнить это значение с критическим значением $\chi^2_{cr} = \chi^2_{(L-1;1-\alpha)}$, где α – уровень значимости, $\chi^2_{(\upsilon;q)}$ – квантиль распределения Пирсона на уровне q с числом степеней свободы υ.

В результате получаем статистический вывод. Если $\chi^2 > \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза отвергается, характеристики сравниваемых выборок различаются на уровне значимости α. Если $\chi^2 \le \chi^2_{cr}$, то нулевая гипотеза не отвергается, характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости α.

Статистическую значимость сравниваемых выборок проверяем на уровне значимости $\alpha = 0.05$. Тогда критическое значение $\chi^2_{cr} = \chi^2_{(4;0.95)} = 9.46$.

При построении гистограммы используем данные таблицы 8 для долей (в процентах) членов групп, получивших данный балл, так как использование долей позволяет качественно сравнивать группы.

Сравнение экспериментальной группы до начала эксперимента с экспериментальной группой после окончания эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 9.

Таблица 9.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	19 (76%)	2 (8%)	475	50	180625	21	8601.19
2	6 (24%)	3 (12%)	150	75	5625	9	625
3	0 (0%)	1 (4%)	0	25	625	1	625
4	0 (0%)	5(20%)	0	125	15625	5	3125
5	0 (0%)	14 (56%)	0	350	122500	14	8750

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{25 \cdot 25}(8601.19 + 625 + 625 + 3125 + 8750) = 34.8 > \chi^2_{cr}$. Так как $\chi^2 > \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза отвергается, характеристики сравниваемых выборок различаются на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Сравнение экспериментальной группы до начала эксперимента с контрольной группой до начала эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 10.

Таблица 10.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	19 (76%)	12(54.5%)	418	300	13924	31	449.161
2	6 (24%)	7(31.8%)	132	175	1849	13	142.231
3	0 (0%)	1 (4.55%)	0	25	625	1	625
4	0 (0%)	1(4.55%)	0	25	625	1	625
5	0 (0%)	1(4.55 %)	0	25	625	1	625

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{25 \cdot 22}(449.161 + 142.231 + 625 + 625 + 625) = 4.48 < \chi^2_{cr}$. Так как $\chi^2 \le \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза не отвергается, характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Сравнение экспериментальной группы до начала эксперимента с контрольной группой после окончания эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 11.

Таблица 11.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	19 (76%)	10 (45.5%)	418	250	28224	29	973.241
2	6 (24%)	8 (36.4%)	132	200	4624	14	330.286
3	0 (0%)	2 (9.09 %)	0	50	2500	2	1250
4	0 (0%)	1 (4.55 %)	0	25	625	1	625
5	0 (0%)	1 (4.55 %)	0	25	625	1	625

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{25 \cdot 22}(973.241 + 330.286 + 1250 + 625 + 625) = 6.92 < \chi^2_{cr}$. Так как $\chi^2 \le \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза не отвергается, характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Сравнение экспериментальной группы после окончания эксперимента с контрольной группой до начала эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 12.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 12.

Таблица 12.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	2 (8%)	12(54.5%)	44	300	65536	14	4681.14
2	3 (12%)	7 (31.8%)	66	175	11881	10	1188.1
3	1 (4%)	1 (4.55%)	22	25	9	2	4.5
4	5 (20%)	1 (4.55%)	110	25	7225	6	1204.17
5	14 (56%)	1 (4.55 %)	308	25	80089	15	5339.27

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{25 \cdot 22}(4681.14 + 1188.1 + 4.5 + 1204.17 + 5339.27) = 22.6 > \chi^2_{\text{cr}}$. Так как $\chi^2 > \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза отвергается, характеристики сравниваемых выборок различаются на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Сравнение экспериментальной группы после окончания эксперимента с контрольной группой после окончания эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 13.

Таблица 13.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	2 (8%)	12 (54.5%)	44	250	42436	12	3536.33
2	3 (12%)	7 (31.8%)	66	200	17956	11	1632.36
3	1 (4%)	1 (4.55%)	22	50	784	3	261.333
4	5 (20%)	1(4.55%)	110	25	7225	6	1204.17
5	14 (56%)	1(4.55 %)	308	25	80089	15	5339.27

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{25 \cdot 22}(3536.33 + 1632.36 + 261.333 + 1204.17 + 5339.27) = 21.8 > \chi^2_{\text{cr}}$. Так как $\chi^2 > \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза отвергается, характеристики сравниваемых выборок различаются на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Сравнение контрольной группы до начала эксперимента с контрольной группой после окончания эксперимента.

По данным исходной таблицы 8 для вычисления эмпирического значения критерия по формуле (1) составим вспомогательную таблицу 14.

Таблица 14.

j	n_{1j}	n_{2j}	$N_2 n_{1j}$	$N_1 n_{2j}$	$(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2$	$n_{1j} + n_{2j}$	$\frac{(N_2 n_{1j} - N_1 n_{2j})^2}{n_{1j} + n_{2j}}$
1	12(54.5%)	10(45.5%)	264	220	1936	22	88
2	7(31.8%)	8 (36.4%)	154	176	484	15	32.2667
3	1 (4.55%)	2 (0.09 %)	22	44	484	3	161.333
4	1(4.55%)	1 (4.55 %)	22	22	0	2	0
5	1(4.55 %)	1 (4.55 %)	22	22	0	2	0

Сравниваем эмпирическое и критическое значения критерия $\chi^2 = \frac{1}{22 \cdot 22}(88 + 32.2667 + 161.333 + 0 + 0) = 0.582 < \chi^2_{cr}$. Так как $\chi^2 \le \chi^2_{cr}$, нулевая гипотеза не отвергается, характеристики сравниваемых выборок совпадают на уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Результаты парных сравнений представим в таблице 15. Критическое значение $\chi^2_{cr} = 9.46$.

Таблица 15.

	Эксперимен-тальная группа до начала эксперимента	Эксперимен-тальная группа после окончания эксперимента	Контрольная группа до начала эксперимента	Контрольная группа после окончания эксперимента
Эксперимен-тальная группа до начала эксперимента	0	$34.8 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**	$4.48 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы	$6.92 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы
Эксперимен-тальная группа после окончания эксперимента	$34.8 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**	0	$22.6 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**	$21.8 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**
Контрольная группа до начала эксперимента	$4.48 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы	$22.6 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**	0	$0.582 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы
Контрольная группа после окончания эксперимента	$6.92 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы	$21.8 > \chi^2_{cr}$, **различия статистически значимы**	$0.582 < \chi^2_{cr}$, различия статистически незначимы	0

Сформулируем общие результаты статистического анализа парных сравнений.

Выборочные характеристики совпадают с уровнем значимости 5% для следующих пар выборок:

•’экспериментальная группа до начала эксперимента’ и ’контрольная группа до начала эксперимента’;

•’экспериментальная группа до начала эксперимента’ и ’контрольная группа после окончания эксперимента’;

•’контрольная группа до начала эксперимента’ и ’контрольная группа после окончания эксперимента’;

Достоверные различия обнаружены для следующих пар выборок (достоверность 95%):

•’экспериментальная группа до начала эксперимента’ и ’экспериментальная группа после окончания эксперимента’;

•’экспериментальная группа после окончания эксперимента’ и ’контрольная группа до начала эксперимента’;

•’экспериментальная группа после окончания эксперимента’ и ’контрольная группа после окончания эксперимента’;

Анализ результатов представим с помощью графа парных сравнений (рис. 4), который показывает, что не существует значимых различий на начало эксперимента между экспериментальной и контрольной группами, однако, по окончанию эксперимента результаты, полученные в экспериментальной и контрольной группах значительно отличаются. Это объясняется реализацией в экспериментальной группе методики формирования умения работать со структурой математических утверждений и доказывает эффективность этого обучения.

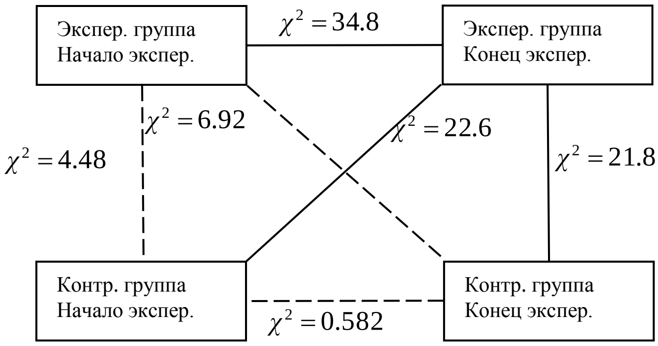

Рис. 4. Граф парных сравнений.
Сплошные линии – статистически достоверные различия.
Штриховые линии – статистически незначимые различия.
Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$.

В целом, количественно-качественный анализ данных позволяет сделать вывод о положительной динамике формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений.

Выводы второй главы

1. Методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений представлена целевым (иерархия целей), содержательным (системы задач, их специфика) и процессуальным (организационные формы и методы обучения, квазипрофессиональные ситуации) компонентами.

2. Целевой компонент методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений представлен глобальной, этапными, фазовыми целям и результатом обучения.

3. Содержательный компонент методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений представлен системами задач, интегрирующими содержания школьного и вузовского курсов математики.

Выделены *требования, особенности* и *типология* данных систем задач.

В систему должны быть включены задачи, моделирующие деятельность учителя математики с определениями понятиями и теоремами на этапе подготовки к уроку изучения нового материала; направленные на формирование каждого умения, входящего в операционный компонент умения работать со структурой математических утверждений; конструируемые в соответствии с этапами процесса формирования умения.

Особенности систем задач как основного средства формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении дисциплины «Математическая логика».

Первая особенность – использование парных задач: одна нацелена на формирование умений, обеспечивающих анализ структуры математических утверждений, вторая – конструирование задач для организации процесса изучения математических утверждений.

Вторая особенность – использование материала из различных школьных учебников по алгебре и геометрии. Это позволяет не только систематически актуализировать знания школьной математики у студентов академической группы, но и моделировать профессиональный этап подготовки к введению нового математического понятия в ходе решения указанных выше задач.

Третья особенность заключается в отсутствии четких границ между системами задач (они взаимно пересекаются) и многообразии их типов. Так, например, задачи на формирование умения строить утверждения, ассоциированные с данным, также включаются в систему задач на формирование умения преобразовывать логическую структуру математического утверждения.

Типологии систем задач, направленных на формирование умения работать со структурой математических утверждений:

– по компонентам учебной деятельности: стимулирующие (востребованы на мотивационном этапе формирования умения работать со структурой математических утверждений) и формирующие (направлены на формирование блоков и компонентов умения работать со структурой математических утверждений). Так для каждого умения в знаниевым и операционном компонентах разрабатывается своя система задач;

– по охвату области деятельности учителя со структурой математических утверждений: локальные (в процессе решения которых моделируются отдельные действия учителя со структурой математических утверждений, например, выделение необходимых и достаточных условий теоремы и конструирование задач на их усвоение) и общие (решение которых моделируются весь профессиональный этап работы учителя над структурой определения математического утверждения);

– по степени самостоятельности в решении (тестовые задания закрытого типа, тестовые задания открытого типа; задачи с увеличением степени самостоятельности).

4. Процессуальный компонент методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений реализуется через *педагогические условия, средства, методы обучения*, способствующие

успешному формированию указанного умения. Педагогические условия успешного формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений:

- реструктуризация содержания программы математической дисциплины как результат проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения данной дисциплины;

- трансформация содержания математической дисциплины в системы задач, решение которых моделирует процесс работы учителя математики со структурой математических утверждений;

- вовлечение студентов в работу со структурой математических утверждений через организацию самостоятельной работы посредством создания квазипрофессиональных ситуаций;

- осуществление мониторинга динамики формирования указанного умения;

- реализация индивидуального подхода в процессе коррекции сформированности умения работать со структурой математических утверждений, базирующейся на учете ошибок студента и последующем построении индивидуальной образовательной траектории обучения;

- наличие у преподавателя математических дисциплин знаний методики работы с математическими утверждениями и опыта методической деятельности по их изучению.

Основное средство обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений – система задач, являющаяся основой *квазипрофессиональных ситуаций*: анализ деятельности учителя математики по организации изучения математических утверждений, трудности и ошибки учащихся при изучении определений понятий и теорем, проблемы деятельности учителя математики по трансформации содержания урока в системы задач, анализ методических ошибок учителя и причин их возникновения, сопоставление материала учебников разных авторов, школьных и вузовских пособий.

Методы обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений: мини-защиты результатов по итогам своей индивидуальной самостоятельной работы; моделирование квазипрофессиональных ситуаций; работа в малых группах; самостоятельная работа; учебная дискуссия при обсуждении общего плана решения указанной задачи.

5. В экспериментальной работе приняли участие 216 студентов факультета математики, информатики и физики Волгоградского социально-педагогического университета и 117 учителей математики общеобразовательных учреждений г. Волгограда и Волгоградской области. Опытно-экспериментальная работа представлена *констатирующим*, *поисковым* и *формирующим* экспериментами.

В ходе *констатирующего эксперимента* (2009-2010 гг.) были протестированы 117 учителей математики. Результаты констатирующего эксперимента стали основой пересмотра целей профессиональной подготовки будущих учителей математики и позволили сделать вывод о необходимости обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений.

Были решены задачи *поискового эксперимента* (2010-2012 гг.) при обучении 69 студентов: сконструировать содержание обучения работе со структурой математических утверждений и найти основное средство обучения; вычленить составляющие умения работать со структурой математических утверждений, выделить показатели сформированности и разработать диагностический материал.

В ходе *формирующего эксперимента* (2012-2014 гг.), предусматривающего экспериментальное обучение студентов (47 человек) в естественных условиях учебного процесса, доказана эффективность предложенной методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математической дисциплины (на примере дисциплины «Математическая логика»).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема формирования у учащимися системы математических знаний, неготовность учителя осуществлять работу со структурой математических утверждений для решения указанной проблемы, неиспользование потенциала математических дисциплин для формирования профессиональных умений будущих учителей математики, в том числе умение работать со структурой математических утверждений, доказывают актуальностью исследования, целью которого является разработка методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин (на примере дисциплины «Математическая логика»). Данная цель была конкретизирована в четырех задачах исследования.

В ходе решения *первой задачи исследования* была выявлена специфика работы учителя со структурой математических утверждений, которая заключается в выполнении логико-математического анализа формулировки утверждения с последующим конструированием или отбором задач для различных этапов его изучения; прогнозировании ошибок учащихся для составления задач на их предупреждение. Доказана необходимость обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений, результатом которого станет овладение будущими учителями математики умением работать со структурой математических утверждений.

В исследовании определено понятие «умение работать со структурой математических утверждений». Под *умением работать со структурой математических утверждений* будем понимать освоенные способы выполнения комплекса действий учителя по анализу, преобразованию и варьированию структуры математического утверждения для прогнозирования и предупреждения ошибок учащихся, конструирования систем задач, обеспечивающих изучение математических утверждений.

Спроектирована структура исследуемого умения, состоящая из знаниевого и операционного компонентов, логического и методического блоков в каждом из компонентов. Определены показатели (сформированность каждого из четырех элементов структуры) и критерии (полнота знаний, сформированность умений); выделены пять уровней сформированности данного умения.

В ходе решения *второй задачи исследования* была построена модель формирования умения работать со структурой математических утверждений, состоящая из трех этапов: *мотивационного* (цель – сформировать устойчивый интерес к работе со структурой математических утверждений), *ориентационного* (цель – сформировать знания, лежащие в основе формируемых умений, входящих в состав умения работать со структурой математических утверждений и вооружить технологией конструирования задач для организации изучения математических утверждений) и *преобразующего* (цель – научить конструировать системы задач для организации изучения математических утверждений). Этапы формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений определили специфику компонентов методики обучения работе со структурой математических утверждений.

В ходе решения *третьей задачи исследования* разработана методика обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин, представленная целевым, содержательным и процессуальным компонентами.

Целевой компонент методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений представлен *интегративной* (целостное профессиональное становление будущего учителя математики) и *глобальной* (формирование у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений) целями, а также целями этапов формирования умения, учебных занятий, квазипрофессиональных ситуаций и др.

Результат обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений:

1) повышение уровня профессиональной подготовки будущих учителей математики через

- определение целей и места использования знаний о структуре математических утверждений для формирования у учащихся системы математических знаний;

- прогнозирование результатов обучения, типичных ошибок учащихся и их предупреждение посредством конструирования систем задач для организации изучения математических утверждений;

- проектирование отдельных этапов процессов изучения математических понятий и теорем;

2) достижение студентами высокого уровня сформированности умения работать со структурой математических утверждений, который предполагает наличие потребности к работе со структурой математических утверждений, полноту знаний о структуре математических утверждений, совершенное владение приемами анализа и варьирования структуры математических утверждений для конструирования систем задач, обеспечивающих процесс изучения учащимися математических понятий и теорем.

Содержательный компонент методики представлен системами задач, интегрирующими содержания школьного и вузовского курсов математики.

Типология систем задач (по компонентам учебной деятельности, по охвату области деятельности, по степени самостоятельности), требования к построению и содержанию (конструирование парных задач, использование материалов из различных вузовских и школьных учебников по математике и т.д.) раскрывают их специфику.

Процессуальный компонент методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений реализуется через *педагогические условия, средства, методы обучения*, способствующие успешному формированию указанного умения.

Основным средством обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений являются системы задач, решение которых моделирует действия учителя со структурой математических утверждений для организации их изучения. Данные системы задач порождают *квазипрофессиональные ситуации* следующих типов: анализ трудностей учащихся при изучении понятия и теоремы; проблемы деятельности учителя математики по организации изучения математического утверждения; анализ методических ошибок учителя при изучении математических утверждений и причин их возникновения; сопоставление материала учебников разных авторов, школьных и вузовских пособий; анализ различных подходов к изучению математических утверждений.

Методы обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений: мини-защиты результатов по итогам своей индивидуальной самостоятельной работы; моделирование квазипрофессиональных ситуаций; работа в малых группах; самостоятельная работа; учебная дискуссия при обсуждении общего плана решения указанной задачи.

В ходе решения *четвертой задачи исследования* выявлены *педагогические условия* процесса обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений при изучении математических дисциплин (на примере дисциплины «Математическая логика»):

- реструктуризация содержания программы математической дисциплины как результат проецирования работы учителя математики со структурой математических утверждений на процесс изучения данной дисциплины;

- трансформация содержания математической дисциплины в системы задач, решение которых моделирует процесс работы учителя математики со структурой математических утверждений;

- вовлечение студентов в работу со структурой математических утверждений через организацию самостоятельной работы посредством создания квазипрофессиональных ситуаций;

- осуществление мониторинга динамики формирования указанного умения;

- реализация индивидуального подхода в процессе коррекции сформированности умения работать со структурой математических утверждений, базирующейся на учете ошибок студента и последующем построении индивидуальной образовательной траектории обучения;

- наличие у преподавателя математических дисциплин знаний методики работы с математическими утверждениями и опыта методической деятельности по их изучению.

Проведенный в исследовании педагогический эксперимент в рамках опытно-экспериментальной работы подтверждает эффективность построенной методики обучения будущих учителей математики работе со структурой математических утверждений.

В целом полученные результаты исследовании подтвердили выдвинутую гипотезу, а также показали возможность практического применения разработанной в диссертации методики обучения будущего учителя математики работе со структурой математических утверждений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдудлина, О. А. Проблема педагогических умений в теории и практике высшего педагогического образования / О. А. Абдулина // Советская педагогика. − 1976. − № 1. – С. 75-84.

2. Аванесов, В. С. Композиция тестовых заданий : учебная книга для преподавателей вузов, учителей школ, аспирантов и студентов педвузов / В. С. Аванесов. − 2-е изд., испр. и доп. – Москва : АДЕПТ, 1998. – 217 с.

3. Айсина, Г. Х. Роль профессиональной направленности в общей структуре вузовской подготовки студентов / Г. Х. Айсина // Психология студента как субъекта учебной деятельности : сборник научных трудов. Выпуск 327. − Москва, 1989. – С. 32-40.

4. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С. М. Никольский [и др.]. − 8-е изд. – Москва : Просвещение, 2009. – 430 с.

5. Алгебра. 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ш .А. Алимов [и др.]. − 17-е изд. – Москва : Просвещение, 2010. – 255 с.

6. Алгебра. 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под. ред. С. А. Теляковского. − 16-е изд. – Москва : Просвещение, 2009. – 271 с.

7. Аммосова, Н. В. Методико-математическая подготовка студентов педагогических факультетов к развитию творческой личности школьника при обучении математике : автореф. дис. … д-ра пед. наук / Н. В. Аммосова. – Москва , 2000. – 42 с.

8. Андреев, В. И. Диалектика воспитания и самовоспитания творческой личности / В. И. Андреев. – Казань : Изд-во КГУ, 1988. – 238 с.

9. Антипина, Н. М. Технология формирования профессиональных методических умений в ходе самостоятельной работы студентов педагогических вузов с применением экспертной системы : дис. ... канд. пед. наук / Н. М. Антипина. − Москва, 2000. – 204 с.

10. Арнаутов, В. В. Развитие интереса к профессии учителя у студентов педколледжа в условиях учебно-научно-педагогического комплекса : автореф. дис. … д-ра пед. наук / В. В. Арнаутов. − Волгоград, 1995. – 25 с.

11. Архангельский, С. И Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С. И. Архангельский. – Москва : Высшая школа, 1980. – 368 с.

12. Архипова, И. В. Технология формирования учебной деятельности студентов техвузов : дис. ... канд. пед. наук / И. В. Архипова. – Казань, 2005. – 199 с.

13. Астахова, Н. А. Методика обучения будущих учителей математики составлению задач : дис. ... канд. пед. наук / Н. А. Астахова. − Волгоград, 2009. – 169 с.

14. Бабанский, Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: методические основы / Ю. К. Бабанский. − Москва : Просвещение, 1982. – 192 с.

15. Бакшаева, Н. А. Психология мотивации студентов / Н. А. Бакшаева, А. А. Вербицкий. − Москва : Логос, 2006. − 184 с.

16. Балл, Г. А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – Москва : Педагогика, 1990. – 184 с.

17. Барсукова, Н. К. Формирование научного мировоззрения студентов в образовательном процессе вуза : дис. ... канд. пед. наук / Н. К Барсукова. − Новокузнецк, 2007. – 173 с.

18. Батьканова, Н. И. Профессионально-педагогическая направленность обучения элементарной геометрии студентов педвузов : дис. . канд. пед. наук / Н. И. Батьканова. − Саранск, 1994. – 168 с.

19. Беликов, В. А. Образование. Деятельность. Личность [Электронный ресурс] : монография. – Изд-во «Академия Естествознания», 2010. − Электрон. версия печ. публ. − Режим доступа: http://www.rae.ru/monographs/76, свободный. − Загл. с тит. экрана (дата обращения: 20.02.2014).

20. Беспалько, В. П. Системно-методическое обеспечение учебно-воспитательного процесса подготовки специалистов / В. П. Беспалько, Ю. Г. Татур. – Москва : Высшая школа, 1989. – 144 с.

21. Большой энциклопедический словарь. В 2 т. / гл. ред. А. М. Прохоров. – Москва : Большая Российская энциклопедия, 1998.

22. Бондарчук, Е. В. Формирование мировоззрения личности специалиста в техническом вузе : дис. ... канд. пед. наук / Е. В. Бондарчук. − Калининград, 2006. – 184 с.

23. Брейтигам, Э. К. Интеграция предметно-понятийной и смысловой деятельности при обучении старшеклассников началам математического анализа (теоретический аспект) : монография / Э. К. Брейтигам. – Барнаул : Изд-во БГПУ, 2002. – 150 с.

24. Брейтигам, Э. К. Целостность системы базовых понятий при изучении математики в школе и ВУЗе / Э. К. Брейтигам, С. Д. Каракозов // Мир науки, культуры, образования. − 2004. − № 3 – С. 190-194.

25. Буракова, Г. Ю. О проблеме профессионализации в обучении математике студентов педвузов / Г. Ю. Буракова // Ярославский педагогический вестник. − 2002. − № 3 (32). − С. 1-7.

26. Веселова, Е. А. Формирование научного мировоззрения студентов в образовательно-воспитательном процессе ВУЗа : дис. ... канд. пед. наук / Е. А. Веселова. − Нижний Новгород, 2008. – 255 с.

27. Виленкин, Н. Я. О роли межпредметных связей в профессиональной подготовке студентов пединститута / Н. Я. Виленкин // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах : межвузовский сборник научных трудов. – Москва, 1989. – С. 20-36.

28. Виленкин, Н. Я. Определения в школьном курсе математики и методика работы над ними / Н. Я. Виленкин, С. К. Абайдулин, Р. К. Таварткиладзе // Математика в школе. – 1984. − № 4. – С. 43-47.

29. Виленкин, Н. Я. Подготовку учителей математики на уровень современных требований / Н. Я. Виленкин, А. Г. Мордкович // Математика в школе. – 1986. – № 6. – С. 6-10.

30. Виленский, В. Я. Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе : учебное пособие / В. Я. Виленский, П. И. Образцов, А. И. Уман ; под ред. В. А. Сластенина. – Москва : Педагогическое общество России, 2004. – 192 с.

31. Виноградова, Л. В. Методика преподавания математики в средней школе : учебное пособие для студентов вузов / Л. В. Виноградова – Ростов- на-Дону : Феникс, 2005. – 252 с.

32. Волковинская, Н. Ю. Формирование умений оценочной деятельности учителя в системе повышения квалификации : дис. ... канд. пед. наук / Н. Ю. Волковинская. – Оренбург, 2008. – 213 с.

33. Геометрия. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / К. С. Атанасян [и др.]. − 18-е изд. – Москва : Просвещение, 2009. – 255 с.

34. Геометрия. 7-9 классы : учебник для общеобразовательных учреждений / К. С. Атанасян [и др.]. − 20-е изд. – Москва : Просвещение, 2010. – 384 с.

35. Гетманова, А. Д. Логика : учебник для педагогических учебных заведений / А. Д. Гетманова − 6-е изд. – Москва : ИКФ Омега-Л ; Высшая школа, 2002. – 416 с.

36. Горлова, С. Н. Формирование методических умений будущего учителя математики в процессе изучения курса алгебры педвуза : дис. ... канд. пед. наук / С. Н. Горлова. − Нижневартовск, 2003. – 181 с.

37. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – Москва : Педагогика, 1977. – 136 с.

38. Гроховцева, Л. А. Формирование умений информационного моделирования в процессе решения учебных задач : дис. ... канд. пед. наук / Л. А. Гороховцева. – Оренбург, 2004. – 173 с.

39. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики : книга для учителя / Я. И. Груденов. – Москва : Просвещение, 1990. – 224 с.

40. Губайдуллина, Г. Н. Теория и практика формирования педагогической готовности преподавателей вузов к реализации системообразующих функций педагогического процесса : монография / Г. Н. Губайдуллина. – Усть-Каменогорск : Изд-во ВКГУ им. С. Аманжолова, 2012. – 324 с.

41. Гусев, В. А. Методическая подготовка будущих учителей математики в педагогическом институте / В. А. Гусев // Антонов, Н. С. Современные проблемы преподавания математики / Н. С. Антонов, В. А. Гусев. – Москва : Просвещение, 1985. – С. 8-10.

42. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва : ИНТОР, 1996. – 544 с.

43. Далингер, В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений : книга для учителя / В. А. Далингер. – Москва : Просвещение, 2006. – 256 с.

44. Далингер, В. А. Основные направления совершенствования подготовки учителя математики в педагогических вузах / В. А. Далингер // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. − № 5 – С. 70-72.

45. Далингер, В. А. Решение проблем модернизации методической системы подготовки учителя математики – перспективное направление развития вузовской педагогической науки / В. А. Далингер // Фундаментальные исследования. – 2006. – № 7. – С. 74-75.

46. Данильчук, В. И. Повышение профессиональной направленности преподавания специальных предметов в педагогическом вузе / В. И. Данильчук, В. В. Сериков. – Москва : Педагогика, 1987. – 108 с.

47. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики : учебное пособие для слушателей ФПК, директоров общеобразовательных школ и в качестве учебного пособия по спецкурсу для студентов педагогических институтов / под ред. М. Н. Скаткина. − 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Просвещение, 1982. – 319 с.

48. Дорофеев, Г. В. Гуманитарно-ориентированный курс основа учебного предмета «Математика» в образовательной школе / Г. В. Дорофеев // Математика в школе. – 1997. – № 4. – С. 59-66.

49. Дорофеев, Г. В. О составлении циклов взаимосвязанных задач / Г. В. Дорофеев // Математика в школе. – 1983. – № 6. – С. 34-36.

50. Дударева, Н. В. Формирование начальных методических умений студентов педвузов в процессе обучения решению задач на построение : дис. ... канд. пед. наук / Н. В. Дударева. − Екатеринбург, 2003. – 205 с.

51. Дудковская, И. А. Проектирование курса математической логики с целью формирования компетентности будущих учителей математики : дис. ... канд. пед. наук / И. А. Дудковская. – Новосибирск, 2004. – 204 с.

52. Дымова, Т. В. Обучение будущих учителей педагогическому прогнозированию : дис. ... .канд. пед. наук / Т. В. Дымова. – Астрахань, 1998. – 203 с.

53. Епишева, О. Б. Общая методика преподавания математики в средней школе / О. Б. Епишева. – Тобольск : Изд-во ТГПИ им. Д. И. Менделеева, 1997. – 191 с.

54. Ершов, Ю. Л. Математическая логика : учебное пособие / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. − 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 336 с.

55. Зверева, М. В. О понятии «дидактические условия» / М. В. Зверева // Новые исследования в педагогических науках. – Москва : Педагогика. – 1987. – № 1. – С. 29-32.

56. Зимняя, И. А. Педагогическая психология : учебник для вузов / И. А. Зимняя. − 2-е изд., испр., доп. и перераб. – Москва : Логос, 2005. – 383 с.

57. Зубарева, И. И. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. − 9-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 270 с.

58. Зубарева, И. И. Математика. 6 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 8-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 264 с.

59. Иванов, О. А. Интегративный принцип построения системы специальной математической и методической подготовки преподавателей профильных школ : дис. докт. пед. наук / О. А. Иванов. – Санкт-Петербург, 1997. – 337 с.

60. Иванов, Е. А. Логика : учебник / Е. А. Иванов. – Москва : Издательство БЕК, 1998. – 309 с.

61. Ивин, А. А. Логика : учебное пособие для студентов вузов / А. А. Ивин. – Москва : ООО «Издательство Оникс» ; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2008. – 336 с.

62. Игнатьев, Е. И. Психология : пособие для педагогических училищ / Е. И. Игнатьев, И. С. Лукин, М. Д. Громов. − Москва : Просвещение, 1965. − 344 с.

63. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / В. И. Игошин. − 2-е изд., стер. – Москва : Издательский центр «Академия», 2006. – 304 с.

64. Игошин, В. И. Логика с элементами математической логики (Лекции для студентов гуманитарных специальностей) / В. И. Игошин. – Саратов : Научная книга, 2004 – 144 с.

65. Игошин, В. И. Математическая логика в системе подготовки учителей математики / В. И. Игошин. – Саратов : Слово, 2002. – 240 с.

66. Игошин, В. И. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / В. И. Игошин. − 2-е изд., стер. – Москва : Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.

67. Игошин, В. И. Математическая логика как педагогика математики / В. И. Игошин. – Саратов : Издательский цент «Наука», 2009. – 360 с.

68. Игошин, В. И. Профессионально-ориентированная методическая система обучения основам математической логики и теории алгоритмов учителей математики в педагогических вузах : автореф. дис. … д-ра пед. наук / В. И. Игошин. – Москва, 2002. – 36 с.

69. Ильин, В. С. О повышении системности в педагогической подготовке студентов к работе в школе / В. С. Ильин // Современные задачи общеобразовательной школы и проблемы подготовки педагогических кадров : сборник научных трудов АПН СССР НИИ общей педагогики. – Москва, 1978. – С. 24-36.

70. Ильин, Е. П. Мотивация и мотивы / Е. П. Ильин. – Санкт-Петербург : Питер, 2002. – 512 с.

71. Кабанова-Меллер, Е. Н. Учебная деятельность и развивающее обучение / Е. Н. Кабанова-Меллер. – Москва : Знание, 1981. – 96 с.

72. Катаева, М. Л. Моделирование профессиональной деятельности в процессе подготовки будущих учителей в педагогическом колледже : дис. … канд. пед. наук / М. Л. Катаева. – Пермь, 2007. – 236 с.

73. Кибалко, П. И. Профессиональная направленность преподавания курса математического анализа в педвузе : автореф. дис. ... канд. пед. наук / П. И. Кибалко. – Минск, 1985. – 15 с.

74. Ковалева, Г. И. Системы задач как средство формирования умений работать с теоремами у бакалавров педагогического образования по профилю «Математика» на занятиях по математической логике [Электронный ресурс] / Г. И. Ковалева, О. А. Маслова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. − № 6. − 168 Kb. − Режим доступа к журналу: www.science-education.ru/113-11692. − Загл. с тит. экрана (дата обращения: 15.02.2014).

75. Ковалева, Г. И. Методическая система обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : дис. ... д-ра пед. наук / Г. И. Ковалева. – Волгоград, 2012. – 356 с.

76. Ковалева, Г. И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : монография / Г. И. Ковалева. – Волгоград : Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2012. – 214 с.

77. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть 1. / Ю. М. Колягин. – Москва : Просвещение, 1977. – 110 с.

78. Колягин, Ю. М. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / Ю. М. Колягин [и др]. − 8-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 366 с.

79. Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов / Ю. М. Колягин [и др] – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.

80. Краевский, В. В. Методологические характеристики педагогического исследования и критерии оценки его результатов : методические рекомендации / В. В. Краевский, В. М. Полонский. – Самара : Изд-во Самарского ГПИ, 1992. – 52 с.

81. Краевский, В. В. Методология педагогики: анализ с позиции практики / В. В. Краевский // Советская педагогика. − 1988. − № 7. – С. 23-29.

82. Крупич, В. И. Модель систематизации структур текстовых задач школьного курса математики / В. И. Крупич // Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы : межвузовский сборник научных трудов. − Ленинград : ЛГПИ им. А. И. Герцена, 1981. – С. 13-25.

83. Кудайкулов, М. А. Дидактические проблемы формирования основ профессионально-методических умений у будущего учителя : автореф. дис. ... канд. пед. наук / М. А. Кудайкулов. – Киев : КГУ, 1977. – 18 с.

84. Кузовлёв, В. П. Профессиональная подготовка студентов в педагогическом вузе. Научно-методический и организационно-педагогический аспекты : дис. ... докт. пед. наук / В. П. Кузовлев. – Москва , 1999. – 301 с.

85. Кучугурова, Н. Д. Профессионально-методическая подготовка учителя математики : дис. ... д-ра пед. наук / Н. Д. Кучугурова. – Ставрополь, 2002. – 460 с.

86. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики : учебное пособие для студентов физико-математических специальностей педагогических институтов / Е. И. Лященко [и др.] ; под ред. Е. И. Лященко. – Москва : Просвещение, 1988. – 223 с.

87. Леднев, В. С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы / В. С. Леднев. – Москва : Высшая школа, 1991. – 224 с.

88. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев – Москва : Политиздат, 1977. – 304 с.

89. Лихтарников, Л. М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения : учебное пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. – 3-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 288 с.

90. Луканкин, Г. Л. Научно-методические основы профессиональной подготовки учителя математики в педагогическом институте : дис. ... докт. пед. наук в форме научн. докл. / Г. Л. Луканкин. – Ленинград, 1989. – 59 с.

91. Лысенко, А. В. Психолого-педагогические условия формирования профессионально-ценностных ориентаций будущего учителя музыки : дис. ... канд. пед. наук / А. В. Лысенко. – Майкоп, 2005. – 203 с.

92. Ляпин, С. Е. Методика преподавания математики в восьмилетней школе / С. Е. Ляпин. – Москва : Просвещение, 1965. – 743 с.

93. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев [и др] ; под. ред. С. А. Теляковского. – 18-е изд. – Москва : Просвещение, 2009. – 240 с.

94. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев [и др]. – 10-е изд., испр. – Москва : Мнемозина, 2010. – 384 с.

95. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев [и др]. – 7-е изд., испр. и доп. – Москва : Мнемозина, 2008. – 447 с.

96. Малыхина, Г. И. Логика : учебное пособие / Г. И. Малыхина. – Москва : Высшая школа, 2002. – 240 с.

97. Мамонтова, Т. С. Профессионально-методическая компетентность будущего учителя математики / Т. С. Мамонтова // Омский научный вестник. 2008. − № 5 – С. 222-224.

98. Мамонтова, Т. С. Пути повышения качества методической подготовки студентов педвузов / Т. С. Мамонтова // XIV Ершовские чтения : материалы региональной, научно-практической конференци. − Ишим : Изд-во ИГПИ, 2004. – С. 68-71.

99. Мамонтова, Т. С. Формирование профессионально-методической компетентности будущего учителя математики в педвузе средствами курса «Теория и методика обучения математике» : дис. ... канд. пед. наук / Т. С. Мамонтова. – Ишим, 2009. – 233 с.

100. Маркова, А. К. Формирование мотивации учения. Книга для учителя /А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлов. – Москва : Просвещение, 1990. – 192 с.

101. Маслова, О. А. Анализ возможностей курса математической логики в формировании методических умений работать с математическими утверждениями [Электронный ресурс] / О. А. Маслова // Электронный научно-образовательный журнал ВГСПУ «Грани познания». № 2 (22), 2013. – С. 20-22. − Режим доступа к журналу: http://grani.vspu.ru/files/publics/1367239799.pdf. − Загл. с тит. экрана (дата обращения: 05.02.2014).

102. Маслова, О. А. Диагностика уровня сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений при изучении курса математической логики учителя / О. А. Маслова // Научная дискуссия: вопросы педагогики и психологии. №9 (30) :

сборник статей XXX Международной заочной конференции. – Москва : Международный центр науки и образования. − 2014. – С. 32-38.

103. Маслова, О. А. О логических основах конструирования учителем математики задач на усвоение учащимися понятий и теорем / О. А. Маслова // Перспективы развития науки и образования : сборник научных трудов Международной научно-практической конференции 29 ноября 2013 г. В 7 частях. Ч. VI. – Москва : АР-Консалт, 2013. – С. 36-38.

104. Маслова, О. А. Процесс формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений / О. А. Маслова // Педагогика, психология и образование: от теории к практике : сборник научных трудов по итогам Международной научно-практической конференции. – Ростов-на-Дону, 2014 – С. 36-40.

105. Маслова, О. А. Реструктуризация содержания курса математической логики с целью формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений / О. А. Маслова // Перспективы развития науки и образования : сборник научных трудов Международной научно-практической конференции. – Челябинск, 2014 г. – С. 22-25.

106. Маслова, О. А. Система задач как основа содержательного и процессуального компонентов методики формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений / О. А. Маслова // Вестник Брянского государственного университета. − 2014. − № 1 – С. 304-308.

107. Маслова, О. А. Системы задач как средство формирования методических умений работать со структурой определений математических понятий у бакалавров педагогического образования по профилю «Математика» на занятиях по математической логике / О. А. Маслова // Педагогическая деятельность в режиме инноваций: концепции, подходы, технологии : материалы Международной заочной научно-практической конференции. – Чебоксары : ЦДИП «INet», 2013. – С. 8-10

108. Маслова, О. А. Умение работать со структурой математических утверждений как логическая основа методической деятельности современного учителя / О. А. Маслова // Западно-сибирский педагогический вестник : сборник научных трудов. Выпуск 1. – Новосибирск : Изд-во ЦРНС, 2014. – С. 64-73.

109. Маслова, О. А. Формирование методических умений работать с понятиями у бакалавров педагогического образования по профилю «Математика» на занятиях по математической логике / О. А. Маслова // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. − 2013. − № 7 (82). – С. 119-122.

110. Маслова, О. А. Формирование методических умений работать со структурой теорем у бакалавров педагогического образования по профилю «Математика» на занятиях по математической логике / О. А. Маслова // Инновационные процессы в современной школе: методология, теория и практика : сборник статей Международной заочной научно-практической конференции, посвященной 75-летию ТГПУ им. Л. Н. Толстого. – Тула : Изд-во ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2013. – С. 34-39.

111. Маслова, О. А. Формирование у будущих учителей математики умения работать с математическими утверждениями при изучении математической логикиа / О. А. Маслова // Известия Волгоградского государственного технического университета. − 2014. − № 5 (132) – С. 97-100.

112. Математика : учебное пособие для 6 класса общеобразовательных учреждений с русским языком обучения / Е. П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л. Б. Шнепермана. – Минск : Национальный институт образования, 2010. – 320 с.

113. Математика. 5 класс : учебник для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин [и др.]. – 24-е изд., испр. – Москва : Мнемозина, 2008. – 280 с.

114. Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Н. Я. Виленкин [и др.]. − 25-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 288 с.

115. Меньшикова, Н. А. Формирование умения создания мультимедийной рекламы у учителей музыки в системе повышения квалификации : дис. ... канд. пед. наук / Н. А. Меньшикова. – Екатеринбург, 2006. – 139 с.

116. Миняева, Н. М. Формирование общекультурных умений школьников: поведенческий аспект : дис. ... канд. пед. наук / Н. М. Миняева. – Оренбург, 2000. – 167с.

117. Моисеев, С. А. Система организации самостоятельной работы студентов при изучении курса алгебры и теории чисел в педагогическом институте : дис. канд. пед. наук / С. А. Моисеев. – Москва, 1992. – 192 с.

118. Монахов, В. М. Направления развития системы методической подготовки будущего учителя математики / В. М. Монахов, Н. Л. Стефанова // Математика в школе. − 1993. − № 3. – С. 34-38.

119. Монахов, В. М. Учебный курс «Математический анализ» в педагогическом университете: проектирование, тенденции развития, внедрение, результаты опытно-экспериментальной работы / В. М. Монахов, А. И. Нижников. − Москва : МГОПУ ; Альфа, 1999. – 161 с.

120. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – 6-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 424 с.

121. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. − 10-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 399 с.

122. Мордкович, А. Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – Москва : Мнемозина, 2009. – 191 с.

123. Мордкович, А. Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. – 13-е изд., испр. – Москва : Мнемозина, 2009. – 160 с.

124. Мордкович, А. Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. – 12-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2010. – 215 с.

125. Мордкович, А. Г. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. – 12-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2010. – 224 с.

126. Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте : дис. ... д-ра пед. наук / А. Г. Мордкович. – Москва, 1986. – 355 с.

127. Найн, А. Я. О методологическом аппарате диссертационных исследований / А. Я. Найн // Педагогика. – 1995. − № 5. – С. 44-49.

128. Никандров, Н. Д. Система организационных форм обучения в педагогическом институте / Н. Д. Никандров, Е. Д. Петрова // Содержание, методы и формы обучения в педагогическом институте : сборник научных трудов. − Ленинград, 1977. – С. 3-14.

129. Новик, И. А. Формирование методической культуры учителя математики в пединституте : дис. ... докт. пед. наук / И. А. Новик. – Москва, 1990. – 317 с.

130. Овчинникова, Е. Е. Оптимизация научно-методической работы в лицее как фактор развития профессиональной компетентности учителей / Е. Е. Овчинникова // Методист. − 2004. − № 4. – С. 53-55.

131. Ожегов, С. И. Толковый словарь русского языка / С. И. Ожегов, Н. Ю. Шведова. – Москва : Азъ Ltd., 1992. – 960 с.

132. Орлянская, О. Н. Методика формирования у будущих учителей математики умения конструировать системы задач : дис. ... канд. пед. наук / О. Н. Орлянская. – Волгоград, 2004. – 165 с.

133. Основы философии науки : учебное пособие для вузов / под ред. проф. С. А. Лебедева. – Москва : Академический Проект, 2005. – 544 с.

134. Педагогика : учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В. А. Сластенин [и др]. – Москва : Изд. центр «Академия», 2007. – 576 с.

135. Педагогическая психология : учебное пособие / под ред. И. Ю. Кулагиной. – Москва : ТЦ Сфера, 2008. – 480 с.

136. Педагогическая психология: Хрестоматия : учебное пособие для студентов / сост. Б. Б. Айсмонтас. – Москва : МГППУ, 2004. – 374 с.

137. Пикалова, Н. П. Формирование у младших школьников умения пользоваться лингвистическими словарями разных типов : дис. ... канд. пед. наук / Н. П. Пикалова. – Санкт-Петербург, 2000. – 273 с.

138. Платонов, К. К. Краткий словарь системы психологических понятий : учебное пособие для учебных заведений профтехобразования / К. К. Платонов. − 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высшая школа, 1984. – 174 с.

139. Платонов, К. К. Психология : учебное пособие. / К. К. Платонов, Г. Г. Голубев. – Москва : Высшая школа, 1973. – 256 с.

140. Погорелов, А. В. Геометрия : учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений / А. В. Погорелов. – 2-е изд. – Москва : Просвещение, 2001. – 224 с.

141. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы : учебное пособие. / В. В. Афанасьев [и др.]. − Москва : Гардарики, 2001. – 383 с.

142. Полякова, Т. С. Анализ затруднений в педагогической деятельности начинающих учителей / Т. С. Полякова. – Москва : Педагогика, 1983. – 128 с.

143. Пономарева, Э. Г. Формирование у младших школьников умения структурировать текст: 2 класс четырехлетней начальной школы : дис. ... канд. пед. наук / Э. Г. Пономарева. – Санкт-Петербург, 1998. – 262 с.

144. Поташник, М. М. Педагогические ситуации / М. М. Поташник, Б. 3. Вульфов. – Москва : Педагогика, 1983. – 244 с.

145. Пратусевич, М. Я. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных учреждений: профильный уровень / М. Я. Пратусевич, К. М. Столбов, А. Н. Головин. – Москва : Просвещение, 2010. – 463 с.

146. Приходько, М. А. Учебная мотивация как средство управления личностно-ориентированным обучением математике студентов аграрного университета : дис. ... к-та пед. наук / М. А. Приходько. – Омск, 2008. – 229 с.

147. Профессионализация предметной подготовки учителя математики в педагогическом вузе : монография / В. В. Афанасьев [и др.]. − Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2000. – 389 с.

148. Радионова, Н. Ф. К вопросу о разработке профессиональных стандартов в сфере образования / Н. Ф. Радионова, А. П. Тряпицына // Человек и образование. − 2007. − № 3-4. – С. 88-94.

149. Раухман, А. С. Формирование методических умений и навыков у студентов математических специальностей педагогических институтов : автореф. дис. ... . канд. пед. наук / А. С. Раухман. – Киев, 1975. – 20 с.

150. Реан, А. А. Психология изучения личности : учебное пособие / А. А. Реан. – Санкт-Петербург : Изд-во Михайлова В. А., 1999. – 288 с.

151. Рогановский, Н. М. Методика преподавания в средней школе : учебное пособие. В 2 ч. / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. – Могилев : УО «МГУ им. А. А. Кулешова», 2010. – 312 с.

152. Рубинштейн, С. Л. Проблемы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – Москва : Педагогика, 1973. – 423 с.

153. Рыжова, Н. П. Взаимосвязь специальной и методической подготовки при изучении алгебры и теории чисел в педагогическом институте : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Н. П. Рыжова. – Москва, 1994. – 16 с.

154. Савенков, А. И. Педагогическая психология. В 2 т. Т.2. : учебник для студентов высших учебных заведений / А. И. Савенков. – Москва : Изд. центр «Академия», 2009. – 240 с.

155. Садовников, Н. В. Теоретико-методологические основы методической подготовки учителя математики в педвузе в условиях фундаментализации образования : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Н. В. Садовников. – Саранск, 2007. – 41 с.

156. Саранов, А. М. Инновационные процессы в общеобразовательных учреждениях Волгоградского научно-педагогического комплекса / А. М. Саранов, Н. К. Сергеев, В. В. Сериков // Формирование личности школьника и студента в условиях демократизации, гуманизации образования. Ч. 1. – Волгоград : Изд-во ВГСПУ «Перемена», 1991. – С. 3-22.

157. Саранцев, Г. И. Актуальные проблемы методической подготовки учителя математики / Г. И. Саранцев // Предметно-методическая подготовка будущего учителя математики, информатики и физики : материалы Всероссийской научной конференции. – Тольятти : ТГУ, 2003. – С. 10-14.

158. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе : учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов и университетов / Г. И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

159. Саранцев, Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. Саранцев. − Москва : Просвещение, 1995. – 240 с.

160. Сарванова, Ж. А. Методическая направленность обучения элементарной математике студентов математических специальностей педвуза : дис. ... канд. пед. наук / Ж. А. Сарванова. – Саранск, 2009. – 150 с.

161. Сериков, В. В. Личностно-ориентированное образование / В. В. Сериков // Педагогика. − 1994. − № 5. – С. 16-21.

162. Сидорова, Н. В. Методическая система подготовки студентов физико-математического факультета педвуза к проектировочной деятельности : дис. ... канд. пед. наук / Н. В. Сидорова. – Москва, 2000. – 182 с.

163. Симонова, Н. С. Предметно-методическая подготовка будущего учителя математики при изучении курса «Числовые системы» в педвузе : дис. ... канд. пед. наук / Н. С. Симонова. – Тольятти, 2003. – 270 с.

164. Сластенин, В. А. Формирование личности учителя советской школы в процессе профессиональной подготовки / В. А. Сластенин. – Москва : Просвещение, 1976 – 160 с.

165. Смирнова, И. М. Геометрия: 10-11 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый и профильный уровни) / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – 5-е изд., испр. и доп. – Москва : Мнемозина, 2008. – 288 с.

166. Смыковская, Т. К. Педагогические основы формирования индивидуальности будущего учителя математики в условиях профессиональной подготовки в вузе (раздел 2.3) / Т. К. Смыковская, Н. В. Лобанова // Современные образовательные технологии: психология и педагогика. Книга 9 : коллективная монография. − Новосибирск : Изд-во «СИБПРИНТ», 2010. – С. 47-60.

167. Смыковская, Т. К. Технология проектирования методической системы учителя математики и информатики : монография / Т. К. Смыковская. – Волгоград : Бланк, 2000. – 250 с.

168. Средства обучения математике : сборник статей / сост. А. М. Пышкало. − Москва : Просвещение, 1980. – 208 с.

169. Стефанова, Н. Л. Методика и технология обучения математике : курс лекций / Н. Л Стефанова, Н. С. Подходова. – Москва : Дрофа, 2005. – 416 с.

170. Стефанова, Н. Л. Перспективы подготовки учителя математики для модернизируемой школы / Н. Л. Стефанова // Модернизация школьного математического образования и проблемы подготовки учителя математики. – Санкт-Петербург : Изд-во РГПУ им. А .И. Герцена, 2002. – С. 54-55.

171. Стефанова, Н. Л. Приоритетные задачи методической подготовки современного специалиста в области математического образования / Н. Л. Стефанова // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе. – Санкт-Петербург : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2002. – С. 3-11.

172. Столяр, А. А. Основные направления совершенствования курса МПМ в педагогическом вузе / А. А. Столяр // Совершенствование методической подготовки учителя математики в педагогических институтах. Ч. 1. − Ташкент : Изд-во ТГМИ, 1982. – С. 58-59.

173. Столяр, А. А. Логические проблемы преподавания математики : учебное пособие для педагогических вузов / А. А. Столяр. – Минск, Высшая школа, 1965. – 255 с.

174. Столяр, А. А. Педагогика математики / А. А. Столяр. – Минск : Вышая школа, 1986. – 414 с.

175. Страчевский, Э. А. Составление задач по математике как средство активизации мыслительной деятельности учащихся : автореф. дис. канд. пед. наук / Э. А. Страчевский. − Москва. – 1973. − 24 с.

176. Сухова, Е. И. Пути повышения качества подготовки будущих педагогов / Е. И. Сухова // Среднее профессиональное образование. − 2004. − № 5. – С. 16-19.

177. Терехина, Т. А. Формирование методического умения логического и дидактического анализа учебного материала по математике : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Т. А. Терехина. – Саранск, 1995. – 20 с.

178. Тестов, В. А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения Школа − вуз : дис. ... докт. пед. наук / В. А. Тестов. – Вологда, 1998. – 404 с.

179. Тимофеева, И. Л. Математическая логика. Курс лекций : учебное пособие / И. Л. Тимофеева. − 2-е изд., перераб. – Москва : КДУ, 2007. − 304 с.

180. Ткаченко, К. И. Теоретические основы формирования методических умений студентов в ходе обучения элементарной математике в педвузе : дис. канд. пед. наук / К. И. Ткаченко. – Москва, 2000. – 169 с.

181. Токарева, Л. И. Теоретические основы формирования фундаментальных понятий и их систем в современном обучении / Л. И. Токарева // Вестник МГУ им. М. В. Ломоносова. Серия 20, Педагогическое образование. – 2009. – № 4. – С. 25-34.

182. Тряпицына, А. П. Инновационные процессы в образовании // Инновационные процессы в образовании. Т. 2. − Санкт-Петербург, 1997. – С. 3-27.

183. Тряпицына, А. П. Педагогические основы творческой учебно-познавательной деятельности школьников : дис. д-ра пед. наук / А. П. Тряпицына. − Ленинград, 1991. – 396 с.

184. Тумашева, О. В. Профессиональный контекст математической подготовки будущих учителей математики в педвузе : дис. ... канд. пед. наук / О. В. Тумашева. – Красноярск, 2004. – 153 с.

185. Ушинский, К. Д. Собрание сочинений. Т. 2 / К. Д. Ушинский. − Москва-Ленинград : Изд-во Академии педагогических наук РСФСР, 1948. – 655 с.

186. Федотова, Н. А. Развитие исследовательской компетентности старшеклассников в условиях профильного обучения : дис. ... канд. пед. наук / Н. А. Федотова. – Улан-Удэ, 2010. – 182 с.

187. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**

188. Фридман, Л. М. Психологические проблемы профессиональной подготовки учителя математики / Л. М. Фридман // Совершенствование методической подготовки учителей математики в педагогических институтах : сборник научных трудов. – Ташкент, 1982. – С. 254-255.

189. Хамов, Г. Г. В педвузах нужны интегративные математические курсы / Г. Г. Хамов // Математика в школе. − 1993. − № 3. – С. 38-39.

190. Хамов, Г. Г. Методическая система обучения алгебре и теории чисел в педвузе с точки зрения профессионально-педагогического подхода : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Г. Г. Хамов. – Санкт-Петербург, 1994. – 33 с.

191. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции. Технологии конструирования / А. В. Хуторской // Народное образование. − 2003. − № 5. – С. 55-62.

192. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А. В. Хуторской // Народное образование. − 2003. − № 2. – С. 58-64.

193. Цукарь, А. Я О типологии задач / А. Я. Цукарь // Современные проблемы методики преподавания математики : учебное пособие для студентов математических и физико-математических специальностей педагогических институтов / сост. Н. С. Антонов, В. А. Гусев. − Москва : Просвещение, 1985. – С. 132-139.

194. Черкавский, Н. И. Формирование профессионально-методических умений студентов пединститута на занятиях ПРОЗ : дис. ... канд. пед. наук / Н. И. Черкавский. – Ленинград, 1983. – 216 с.

195. Чикунова, О. И. Формирование методических умений будущих учителей в процессе работы над задачей в курсах математических дисциплин педвуза : дис. ... канд. пед. наук / О. И. Чикунова. – Екатеринбург, 1998. – 164 с.

196. Шкерина, Л. В. Теоретические основы технологий учебно-познавательной деятельности будущего учителя математики в процессе математической подготовки в педвузе : монография / Л. В. Шкерина. − 2-е изд., доп. и перераб. − Красноярск : Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева, 2013. – 420 с.

197. Шуркова, М. В. Профессионально-педагогическая подготовка будущих учителей математики на практических занятиях по математическому анализу в педагогическом вузе : дис. ... канд. пед. наук / М. В. Шуркова. – Москва, 2008. – 165 с.

198. Щербаков, А. И. Некоторые вопросы совершенствования подготовки учителя / А. И. Щербаков // Советская педагогика. – 1971. − № 9. – С. 82-89.

199. Щербаков, А. И. Психологические основы формирования личности советского учителя в системе высшего педагогического образования / А. И. Щербаков. – Ленинград : Просвещение, 1967. – 268 с.

200. Эсаулов, А. Ф. Проблемы решения задач в науке и технике / А. Ф. Эсаулов. – Ленинград, 1979. – 200 с.

201. Яковлева, Н. М. Теория и практика подготовки будущего учителя к творческому решению воспитательных задач : дис. … д-ра пед. наук / Н. М. Яковлева. – Челябинск, 1992. – 403 с.

202. Янсуфина, З. И. Совершенствование методической подготовки будущего учителя математики в педвузе на основе инновационных подходов к обучению : дис. ... канд. пед. наук / З. И. Янсуфина. – Тобольск, 2003. – 203 с.

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1

АНКЕТА

для определения отношения учителей математики к работе со структурой математических утверждений в процессе подготовки к уроку их изучения

1. Знакомо ли Вам понятие логико-математический анализ определения, формулировки теоремы?

2. Продолжите фразу: «Логико-математический анализ определения предполагает ......».

3. Логико-математический анализ формулировки теоремы предполагает, что …?

4. Сформулируйте определение квадрата и выполните логико-математический анализ его формулировки?

5. Какие виды логических структур Вам знакомы? Приведите пример теоремы, логическая структура которой имеет вид: $(\forall x \in M)(A_1(x) \vee A_2(x) \Rightarrow B(x))$.

6. Проводите ли вы логико-математический анализ понятия или теоремы на этапе подготовке к изучению нового материала?

7. Сформулируйте теорему вида $(\forall x \in M)(A_1(x) \wedge A_2(x) \Rightarrow B(x))$, предварительно преобразовав ее логическую структуру?

8. Задумывались ли Вы об уместности использования фраз типа: «для того, чтобы ..., необходимо...» или «для того, чтобы ..., достаточно...»?

9. Как Вы считаете почему Ирина Владимировна не получила премию, если начальник поставил ей условие: "Ирина Владимировна, Вы получите квартальную премию, если либо успеете сдать квартальный отчет вовремя, либо провести переговоры с положительным результатом"?

10. Какие определения Вы считаете некорректными?

11. Считаете ли Вы определение квадрата как параллелограмма, у которого все углы прямые корректным? И почему?

12. Как вы можете прокомментировать ошибку в следующем определении: "квадрат – это параллелограмм, у которого все стороны равны"?

13. Что такое контрпример?

14. Как построить контрпример?

15. Приходилось ли Вам строить контрпримеры в вашей профессиональной деятельности и как быстро Вы с этим справляетесь?

16. Вы конструируете задачи для изучения понятия на этапе подготовки?

17. Как часто Вы самостоятельно конструируете упражнения?

18. Приведите примеры функций, не являющихся чётными? Как Вы подбираете пример?

19. Вам приходилось конструировать заведомо ложные утверждения посредством подмены необходимых и достаточных условий?

20. Приходилось ли Вам сталкиваться с ситуацией, когда ученик сформулировал определение иначе, чем Вы, но верно? Как долго Вы анализировали верность формулировки?

21. Как Вы относитесь к тому, что некоторые ученики верно, но не так как Вы или не так как в учебнике формулируют определения? И если отношение негативное, то объясните почему?

22. Какие типы ошибок в определении Вам знакомы?

23. В чем отличие существенного свойства некоторого понятия и несущественного?

24. Продолжите фразу: «Я считаю логико-математический анализ формулировки определения и понятия **не** обязательным в практике профессиональной деятельности, поскольку ...» или фразу: «Я считаю логико-математический анализ формулировки определения и понятия обязательным в практике профессиональной деятельности, поскольку ...».

25. Продолжите фразу: «Я считаю обязательным уметь конструировать задачи, поскольку « или фразу: «Я считаю обязательным уметь конструировать задачи, поскольку ...».

Приложение 2

ТЕСТ

Диагностика уровней сформированности у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений в ходе констатирующего эксперимента

<table>
<tr><th>Задания</th><th>Ответы</th></tr>
<tr><td colspan="2">Предметный блок</td></tr>
<tr><td colspan="2">Показатель р1</td></tr>
<tr><td>Задание 1. (1 балл) Вместо пропусков вставьте верное. Конъюнкцией высказываний А и В называется высказывание А__($\vee,\wedge,\to,\leftrightarrow$)В истинное тогда и только тогда, когда ___(оба, хотя бы одно из них) принимают истинное значение</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 2. (1 балл) Вместо пропусков вставьте верное. Формула φ называется следствием формул $\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n$, если на любом ___ , от которых зависят формулы ___ , формула φ принимает ___ значение всякий, когда каждая из формул ___ получает ___ значение.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 3. (1 балл) Вместо пропусков вставьте верное. Формулы φ и θ называется равносильными, если на любом ___ , от которых они зависят, принимают ___ значения.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 4. (1 балл) Из следующих записей выберите те, которые являются (верными) логическими законами:
А) $\varphi \to \theta \equiv \neg\varphi \wedge \theta$; Б) $\varphi \vee (\varphi \wedge \theta) \equiv \theta$; В) $\neg(\varphi \wedge \theta) \equiv \neg\varphi \vee \neg\theta$; Г) $\varphi \vee \neg\varphi \equiv л$;
Д) $(\varphi \vee \theta) \wedge \omega \equiv (\varphi \wedge \omega) \vee (\theta \wedge \omega)$.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 5. (1 балл) Перечислите известные Вам способы доказательства тождественной истинности формул.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 6. (1 балл) Установите соответствие между логическими операциями над предикатами и их определениями:
<table>
<tr><td>А) $P(x) \wedge R(x)$</td><td>1. предикат принимает ложное значение на тех и только тех наборах значения переменных x, на которых предикат $P(x)$ истинен, а $R(x)$ ложен</td></tr>
<tr><td>Б) $P(x) \vee R(x)$</td><td>2. предикат принимает истинное значение на тех и только тех наборах значения переменных x, на которых оба предиката $P(x)$ и $R(x)$ либо оба истинны, либо оба ложны</td></tr>
<tr><td>В) $P(x) \to R(x)$</td><td>3. $n-1$ – местный предикат, заданный на множестве M, который зависит от переменных $x_1, x_2,..., x_{i-1}, x_{i+1},..., x_n$ и для любых $a_1, a_2,..., a_{i-1}, a_{i+1},..., a_n \in M$ становится истинным высказыванием в том и только том случае, если одноместный предикат $P(a_1, a_2,..., a_{i-1}, x_i, a_{i+1},..., a_n)$, определенный на множестве M, тождественно истинен.</td></tr>
<tr><td>Г) $P(x) \leftrightarrow R(x)$</td><td>предикат принимает истинное значение на тех и только тех наборах значения переменных x, на которых оба предиката $P(x)$ и $R(x)$ истинны</td></tr>
<tr><td>Д) $\forall x_i P(x_1,..., x_i,..., x_n)$</td><td>4. $n-1$ – местный предикат, заданный на множестве M, который зависит от переменных $x_1, x_2,..., x_{i-1}, x_{i+1},..., x_n$ и для любых $a_1, a_2,..., a_{i-1}, a_{i+1},..., a_n \in M$ становится</td></tr>
</table></td><td></td></tr>
</table>

	ложным высказыванием в том и только том случае, если одноместный предикат $P(a_1, a_2,..., a_{i-1}, x_i, a_{i+1},..., a_n)$, определенный на множестве M, тождественно ложен.
Е) $\exists x_i P(x_1,..., x_i,..., x_n)$	5. предикат принимает ложное значение на тех и только тех наборах значения переменных x, на которых оба предиката $P(x)$ и $R(x)$ ложны

Задание 7. (1 балл) Из следующих записей выберите те, которые являются (верными) логическими законами:
А) $A \to B \equiv \neg A \wedge B$; Б) $A \wedge (B \vee C) \equiv A \wedge B \vee A \wedge C$; В) $A \wedge (B \vee A) \equiv B$;
Г) $A \vee (B \wedge C) \equiv A \wedge B \vee A \wedge C$; Д) $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$.

Задание 8. (1 балл) Установите соответствие, если известно, что A - условие теоремы, а B - её заключение:

А) $A \to B$	1. противоположная теорема
Б) $\neg A \to \neg B$	2. прямая теорема
В) $B \to A$	3. обратная к противоположной
Г) $\neg B \to \neg A$	4. обратная теорема

Дополните ответ указанием пар эквивалентных/равносильных утверждений среди приведенных четырех.

Задание 9. (1 балл) Установите соответствие:

А) если A, то B	1. $A \to B$
Б) A и B	2. $A \vee B$
В) A или B	3. $A \leftrightarrow B$
Г) A тогда и только тогда B	4. $A \wedge B$ а

Задание 10. (1 балл) Выберите верное утверждение:
А) Если предикат В является следствием предиката А, то их области истинности совпадают;
Б) Нульместный предикат является высказыванием;
В) Если предикат А является конъюнкцией предикатов В и С , то его область истинности совпадает с объединением их областей истинности;
Г) Выполнимый предикат не может быть тождественно истинным;
Д) нет верного ответа.

Показатель р2

Задание 1. (1 балл). Выясните, какая из следующих формул является следствием из $x \vee y \to z$:
А) $x \to z$; Б) $y \to z$; В) $\neg x \wedge \neg y \to \neg z$; Г) $\neg x \to \neg z$; Д) $\neg y \to \neg z$.

Задание 2. (2 балла). Запишите на языке логики предикатов определение возрастающей на интервале функции.

Задание 3. (1 балл). Из предложенных ниже формул выберите ту, которая является отрицанием данной формулы $(\neg x \to y) \vee (y \to z)$:
А) $x \to z$; Б) $y \to z$; В) $x \wedge y$; Г) $y \vee x$; Д) И; Е) Л; И) нет верного.

Задание 4. (1 балл). Сформулируйте утверждение обратное, противоположное и обратное противоположному по отношению к утверждению: "В параллелограмме противолежащие стороны равны, противолежащие углы равны".

Задание 5. (1 балл). В предложениях вместо пропусков вставить «необходимо» или «достаточно» с целью получения истинного высказывания (в скобках указаны верные ответы):
а) Для параллельности прямых в пространстве ……………, чтобы они не пересекались (необходимо);
б) Для равносильности двух систем …………….., чтобы каждое решение одной из них было решением и второй (достаточно);
в) Для равенства двух векторов ……………., чтобы их длины совпадали (необходимо).

Задание 6. (1 балл). Двухместные предикаты P и R заданы на множестве M. Выяснить, какие из пар предикатов являются равносильными:
А) $P(x, y)$: "прямые x и y пересекаются", $R(x, y)$: "прямые x и y не параллельны", M – множество всех прямых в пространстве;

Б) $P(x)$: "х является прямоугольником", $R(x)$:" является параллелограммом, у которого смежные углы равны", М – множество выпуклых четырехугольников; В) $P(x)$: "х является кубом", $R(x)$: "х является параллелепипедом, у которого одна из граней квадрат", М – множество выпуклых многогранников; Г) не т верного ответа.	
Задание 7. (3 балла). Поставьте в соответствие формулы логики предикатов и теоремы школьного курса геометрии	

1. $(\forall x \in M)(A(x) \Rightarrow B_1(x) \vee B_2(x))$	А) "Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник параллелограмм". В символической записи теоремы M – множество четырехугольников, $A_1(x)$: "в четырехугольнике x диагонали пересекаются" и $A_2(x)$: "в четырехугольнике x диагонали точкой пересечения делятся пополам'" и $B(x)$: "четырехугольник x – параллелограмм".
2. $(\forall x \in M)(A_1(x) \wedge A_2(x) \Rightarrow B(x))$	Б) "Если запись натурального числа оканчивается цифрами 0 или 5, то это число делится без остатка на 5". В символической записи теоремы M – множество натуральных чисел, $A_1(x)$:"запись натурального числа х оканчивается цифрой 0", $A_2(x)$: "запись натурального числа x оканчивается цифрой 5" и $B(x)$: "натуральное число x без остатка делится на 5"
3. $(\forall x \in M)(A_1(x) \vee A_2(x) \Rightarrow B(x))$	В) "В ромбе диагонали перпендикулярны друг другу и делят углы ромба при вершинах пополам". В символической записи теоремы M – множество четырехугольников, $A(x)$:"четырехугольник x – ромб", $B_1(x)$: "в четырехугольнике x диагонали перпендикулярны" и $B_2(x)$:"в четырехугольнике x диагонали делят вершины углы при вершинах пополам"
4. $(\forall x \in M)((C(x) \Rightarrow D(x)) \Rightarrow B(x))$	Г) "Если для любых x_1 и x_2 из некоторого промежутка из того, что $x_2 > x_1$ следует $f(x_2) \leq f(x_1)$, то $f(x)$ не возрастает на данном промежутке". В символической записи теоремы M – множество пар (x_1, x_2) чисел, каждое из которых принадлежит указанному промежутку, $C(x)$: "$x_2 > x_1$", $D(x)$: "$f(x_2) \leq f(x_1)$" и $B(x)$: "$f(x)$ не возрастает на указанном промежутке"
5. $(\forall x \in M)(A(x) \Rightarrow (C(x) \Rightarrow D(x)))$	Д) "Если функция $f(x)$ является возрастающей на некотором промежутке, то для любых x_1 и x_2 из этого промежутка из того, что $x_2 > x_1$ следует

<table>
<tr><td><table><tr><td></td><td>$f(x_2) > f(x_1)$". В символической записи теоремы M – множество пар (x_1, x_2) чисел, каждое из которых принадлежит указанному промежутку, $A(x)$: "$f(x)$ является возрастающей на указанном промежутке", $C(x)$: "$x_2 > x_1$" и $D(x)$: "$f(x_2) > f(x_1)$".</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Профессиональный блок</td></tr>
<tr><td colspan="2">Показатель р3</td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Предложенные этапы введения нового математического предложения (теоремы) записать в нужном порядке:
1. Работа над структурой теоремы;
2. Раскрытие содержания теоремы;
3. Усвоение формулировки теоремы;
4. Оформление доказательства теоремы;
5. Усвоение доказательства теоремы;
6. Мотивация необходимости изучения теоремы;
7. Мотивация необходимости доказательства теоремы;
8. Поиск способа доказательства теоремы;
9. Решение задач.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Перечислите требования, относящиеся относятся к 1) определению математического понятия, 2) теореме, 3) системе задач:</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Сформулируйте определения объема и содержания определяемого математического понятия:</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Какой из следующих пунктов не относится к описанию некоторой разновидности конкретно-индуктивного метода изучения теоремы:
1. Учитель организует диалог по выявлению математической закономерности на основании эксперимента, наблюдения и пр.;
2. Обнаружение математической закономерности проводится с помощью рассуждений доказательного характера;
3. Первоначально учитель сам формулирует теорему, после чего проводит работу по уточнению её смысла;
4. Учитель предъявляет учащимся ситуацию и ряд предложений, относящихся к ней. Затем рассматриваются всевозможные конъюнкции данных предложений и следствия (из числа оставшихся предложений)из них.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Установите соответствие между названием метода конструирования систем задач и его описанием:<table>
<tr><td>метод варьирования задачи</td><td>Предполагает, что каждая задача системы использует результат решения (утверждение или метод) одной задачи</td></tr>
<tr><td>метод ключевых задач</td><td>предполагает, что каждая задача системы получена из данной задачи путем изменения или замены объектов и (или) отношений, добавления и (или) изъятие компонентов (условий, требований) ее содержания (совокупности компонентов задачи: условия, требования, базиса и способа решения) или формы.</td></tr>
<tr><td>метод целевой задачи</td><td>предполагает при решении каждой задачи системы использование результата решения предыдущей задачи</td></tr>
<tr><td>метод «снежного кома»</td><td>предполагает выделение достаточно сложной задачи, решение которой разбивается на ряд простых задач. Разбиение целевой задачи на элементарные осуществляется на основе анализа, что приводит к осознанию учащимися идеи решения или доказательства</td></tr>
</table></td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). Из предложенных ниже пунктов выберите те, которые не относятся к логико-математическому анализу теоремы:
1. Получение следствий из факта;
2. Формулирование обратного, противоположного и обратного противоположному утверждений;</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>3. Выбор метода доказательства;
4. Подведение к факту;
5. Перевод формулировки, если необходимо, в импликативную форму;
6. Определение вида;
7. Работа с доказательством: выделение основной идеи, общей структуры и пр.;
8. Запись формулировки на языке математической логики.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (1 балл). В следующей задаче выделите все её структурные компоненты (условие, заключение, базис, решение): "Известно, что $x=1$ является корнем уравнения $3x^2+7x+c$. Найдите c?"</td><td></td></tr>
<tr><td>Задание (2 балла). Установите соответствие между этапом изучения нового математического понятия и видами упражнений, реализующими его:
Этапы формирования понятия:
1. Выделение существенных свойств понятия;
2. Понимание смысла слов в определении понятия;
3. Усвоение логической структуры определения понятия;
4. Запоминание определения понятия;
5. Применение понятия;
6.Установление связей изучаемого понятия с другими понятиями.
Упражнения, реализующие их:
А) Упражнение на применение ранее изученных понятий и теорем;
Б) Упражнения практического характера;
В) Упражнение на построение объектов, удовлетворяющих указанным свойствам;
Г) Упражнения с моделями фигур;
Д) Упражнения на распознание объектов, принадлежащих объему понятия;
Е) Упражнения на выделение следствий из определения понятия;
Ж) Упражнения на дополнение условий (распознавание и выведение следствий;
З) Упражнения на составление родословной понятия;
И) Упражнения на применение понятия в различных ситуациях;
К) Упражнения на систематизацию понятий.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задача (1 балл). Выберите верное: Логическая структура теоремы имеет вид:
1. $(\forall x\in M)(A_1(x)\wedge A_2(x)\Rightarrow B(x))$. Условие $A_1(x)$ достаточно для $B(x)$;
2. $(\forall x\in M)(A_1(x)\vee A_2(x)\Rightarrow B(x))$. Условие $B(x)$ необходимо для $A_1(x)$;
3. $(\forall x\in M)(A_1(x)\wedge A_2(x)\Rightarrow B(x))$. Условие $B(x)$ необходимо для $A_1(x)$;
4. $(\forall x\in M)(A_1(x)\vee A_2(x)\Rightarrow B(x))$. Условие $A_1(x)$ не достаточно для $A_1(x)$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Показатель p4</td></tr>
<tr><td>Задание (2 балла). Определите, какая из следующих задач не может быть получена из данной путем варьирования либо условия, либо базиса, либо заключения задачи (*): "Известно, что $x=1$ является корнем уравнения $3x^2+7x+c$. Найдите c?"
1. Используя теорему Виета, решите задачу (*)?
2. "Известно, что $x=2$ является корнем уравнения $3x^2+7x+c$. Найдите второй корень уравнения?"
3. "Решите уравнение $3x^2+7x+1$?"
4. "Известно, что $x=1$ является корнем уравнения ax^2+7x+8. Найдите второй корень уравнения?"</td><td></td></tr>
<tr><td>Задача (2 балла). Определите верную последовательность задач в системе, сконструированной методом целевой задачи:
1. Докажите, что у равнобокой трапеции диагонали равны;
2. Докажите, что прямая, проходящая через вершину равнобокой трапеции параллельно её боковой стороне, отсекает равнобедренный треугольник;
3. Докажите, что середины сторон равнобокой трапеции являются вершинами ромба;
4. Докажите, что углы при основании равнобокой трапеции равны.</td><td></td></tr>
<tr><td>Задача (2 балла). Установите соответствие между типами задач, используемых в процессе выделения свойств математических объектов, отделения существенных от несущественных очень и примерами таких задач:<table><tr><td>1. Учащимся известно определение математического понятия и они с помощью учителя или самостоятельно</td><td>А) Запишите еще несколько членов числовой последовательности, задайте ее общий член формулой:</td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

формулируют основные существенные свойства этого понятия, заем проверяют, обладают ли предложенные им математические объекты этими свойствами	$0, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, ...,$
2. Учащимся нужно выделить существенные свойства математических объектов и привести самостоятельно примеры объектов, обладающих такими же свойствами или отбросить лишние объекты	Б) Сформулируйте определение линейной функции. Укажите, какая из следующих функций является линейной, а какая – нет. Поясните, почему?
3. Учащиеся должны назвать математический объект по перечисленным его свойствам	В) Укажите то условие, которое нужно добавить, чтобы от одного четырехугольника перейти к другому. Назовите все известные вам свойства перечисленных геометрических фигур: произвольный четырехугольник->параллелограмм->ромб-> квадрат.
4. От учащихся требуется добавить свойство или свойства, чтобы от одного математического объекта перейти к другому	Г) 1. Функция … принимает наибольшее значение $y=-1$ при $x=2$. 2. Функция … возрастает на интервале $(-\infty;2)$ и убывает на интервале $(2;+\infty)$. 3. График функции ___ симметричен относительно прямой $x=2$. 4. График функции ___ расположен в III и IV координатных четвертях. 5. График функции … проходит через точку $(3;-2)$. 6. Точка пересечения графика функции … с осью ОУ – $(0;-5)$. Какая квадратичная функция обладает этими свойствами? Задайте ее аналитической формулой и постройте график этой функции.

Задача (2 балла). Приведите пример теоремы, логическая структура которой имеет вид $(\forall x \in M)(A_1(x) \wedge A_2(x) \Rightarrow B(x))$. Приведите примеры заведомо ложных утверждений $\neg A_1(a) \wedge A_2(a) \Rightarrow B(a)$ и $A_1(b) \wedge \neg A_2(b) \Rightarrow B(b)$, где a и b математические объекты из M ?

Задача (1 балла). Установите соответствие между типом ошибки и утверждением, в котором эта ошибка допущена:

1. «Порочный круг» в формулировке определения.	А) «Параллелограмм – это многоугольник, противоположные стороны которого параллельны».
2. Отсутствие ближайшее родового понятия.	Б) «Умножением называется действие отыскания произведения».
3. Объем определяющего понятия шире объема определяемого.	В) «Квадратом называется четырехугольник, у которого все стороны равны и все углы прямые».
4. Объем определяющего понятия оказывается уже объема определяемого.	Г) «Параллелограмм – это четырехугольник с равными сторонами».

Задача (1 балл). Преобразовав логическую структуру утверждения некоторым образом, сформулируйте новое (эквивалентное данному): "Если прямые лежат в параллельных плоскостях, то они либо параллельны, либо скрещиваются".

Приложение 3

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К КОЛЛОКВИУМАМ

Диагностика сформированности логического блока умения работать со структурой математических утверждений

Теоретические вопросы к коллоквиуму №1 (в конце раздела «Алгебра высказываний»):

1. Сформулируйте определения высказывания и логических операций над высказываниями. Приведите примеры.

2. Определите понятие «формула алгебры высказываний». Приведите формул и записей, не являющихся формулами. При этом ответ должен быть представлен следующим образом, «данная запись не является формулой, поскольку ...».

3. Проведите классификацию формул алгебры высказываний. Приведите примеры формул каждого вида. При этом принадлежность какой-либо формулы к конкретному виду должна быть доказана.

4. Сформулируйте определение равносильных формул алгебры высказываний. Приведите примеры из списка основных законов алгебры высказываний с доказательством (не менее 6).

5. Опишите все известные Вам способы доказательства равносильности формул алгебры высказываний и приведите примеры.

6. Дайте определения дизъюнктивной нормальной и совершенной дизъюнктивной нормальная форм формулы алгебры высказываний. Приведите примеры.

7. Что называется конъюнктивной нормальной и совершенной конъюнктивной нормальная форм формулы алгебры высказываний. Приведите примеры.

8. Сформулируйте определение логического следования и укажите его признаки и свойства. Приведите примеры.

Теоретические вопросы к коллоквиуму №2 (в конце раздела «Логика предикатов»):

9. Сформулируйте определения прямой, обратной, противоположной теорем. Выделите эквивалентные утверждения. Приведите примеры.

10. Определите понятие «предиката» и «операций над предикатами». Приведите примеры.

11. Проведите классификацию предикатов. Приведите примеры предикатов каждого вида. При этом принадлежность какого-либо предиката к конкретному виду должна быть доказана.

12. Что называется областью истинности предиката и укажите её свойства. Приведите примеры.

13. Сформулируйте определения равносильных предикатов и их логического следования. Приведите примеры.

14. Дайте определение формулы логики предикатов и интерпретации языка логики предикатов. Приведите примеры.

15. Сформулируйте определение равносильных формул логики предикатов. Укажите свойства отношения равносильности формул.

16. Определите понятия выполнимых и общезначимых формул логики предикатов. Приведите примеры.

17. Сформулируйте определение предваренной нормальной формы формулы логики предикатов. Приведите примеры.

18. Что называется логическим следованием формул логики предикатов. Приведите примеры.

19. Приведите примеры применения языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений.

20. Сформулируйте определения необходимых и достаточных условий. Приведите примеры.

21. Опишите методы доказательства математических теорем: от противного (закон контрапозиции), дедукция, индукция, принцип полной дизъюнкции и его обобщение.

Типология задач к коллоквиуму №1 (в конце раздела «Алгебра высказываний»):

1. Установите истинностное значение следующего (сложного) высказывания.

2. Постройте таблицу истинности для следующей формулы алгебры высказываний.

3. Не строя таблицы истинности, укажите все наборы значений переменных, на которых следующая формула принимает значение "истина" ("ложь").

4. Определите вид следующей формулы алгебры высказываний (тождественно истинная, тождественно ложная, выполнимая).

5. Докажите равносильность следующих формул указанным способом.

6. Запишите следующую формулу алгебры высказываний в (совершенной) конъюнктивной/дизъюнктивной нормальной форме.

7. Докажите логическое следование формул алгебры высказываний указанным способом.

8. Запишите следующее высказывание на языке алгебры высказываний, предварительно вылив в нем элементарные.

9. Выясните, имеют ли следующие высказывания равносильные логические структуры.

10. Постройте отрицание следующего высказывания, предварительно записав его на языке алгебры высказываний.

Типология задач к коллоквиуму №2 (в конце раздела «Логика предикатов»):

11. Найдите область истинности следующего предиката через области истинности элементарных предикатов, составляющих данный.

12. Определите вид следующего предиката (тождественно истинный, тождественно ложный, выполнимый).

13. Приведите примеры интерпретации следующей формулы логики предикатов с последующим указанием областей истинности полученных в итоге

14. Докажите выполнимость (общезначимость) следующей формулы логики предикатов.

15. Докажите равносильность предикатов.

16. Докажите эквивалентность следующих утверждений, предварительно записав их на языке логики предикатов.

17. Установите логическое следование предикатов.

18. Запишите следующие определения и теоремы на языке логики предикатов.

19. Для следующего утверждения постройте его отрицание.

20. Приведите следующие формулы логики предикатов к предваренной нормальной форме.

21. Сформулируйте утверждения, ассоциированные с данным, предварительно записав его на языке логики предикатов.

22. В следующем утверждении выделите необходимые и достаточные условия.

Приложение 4

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Диагностика сформированности логического блока умения работать со структурой математических утверждений

Самостоятельная работа № 1 по разделу: «Алгебра высказываний» (пример одного из вариантов)

Задача 1 (0,5 балла). Доказать методом от противного тождественную истинность формулы $\neg(((x \to y) \wedge (y \to z)) \to \neg(x \to z))$.

Задача 2 (0,5 балла). Доказать равносильность формул:

$$\neg(\neg x \vee y) \to ((x \vee y) \to x) \equiv (x \wedge y) \to y .$$

Задача 3 (1 балл). Доказать, что справедливо следующее логическое следование методом от противного (0,5 балла) и по определению (0,5 балла): $x \leftrightarrow y,\ y \vee z,\ x \to z \mapsto (x \wedge y) \to z$.

Задача 4 (1 балл). Постройте отрицание математического утверждения, предварительно переведя его на язык алгебры высказываний: "‘Если две прямые a и b на плоскости не совпадают и не параллельны, то они пересекаются’.

Задача 5 (1 балл). Постройте отрицание математического утверждения, предварительно переведя его на язык алгебры высказываний: "Если две прямые a и b на плоскости не совпадают и не параллельны, то они пересекаются".

Задача 6 (1 балл). Задача. Семья, состоящая из отца A, матери B и трех дочерей C, D, E, купила телевизор. Условились, что в первый вечер телевизор будут смотреть в таком порядке:

- когда отец A смотрит передачу, мать B делает тоже;
- дочери C и D обе или одна из них смотрит передачу;
- из двух членов семьи B и C смотрит передачу один и только один;

- дочери C и D или обе смотрят передачу, или обе не смотрят;
- если дочь E смотрит передачу, то отец A и дочь D делают тоже.

Кто из членов семьи в тот вечер смотрел передачу?

Самостоятельная работа № 2 по разделу «Логика предикатов» (пример одного из вариантов)

Задача 1 (1 балл). Найти области истинности предикатов: $P(x)$, $Q(x)$, $P(x) \vee Q(x)$, $P(x) \vee \neg Q(x)$, $\neg P(x) \to Q(x)$, $P(x) \leftrightarrow Q(x)$, заданных на множестве $M = \{2, 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16\}$, если $P(x)$: "x – двузначное число", $Q(x)$: "x – двузначное число".

Задача 2 (0,5 балла). Выяснить будут ли предикаты $P(x, y)$ и $Q(x, y)$, определенные на множествах N, Q, R, равносильными, или один из них является следствием другого, если $P(x)$: "$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3$", $Q(x)$: "$x + 1 = 3$".

Задача 3 (1 балл). Привести следующую формулу логики предикатов к предваренной нормальной форме (0,5 балла) и построить её отрицание (0,5 балла):

$$((\forall x \exists y R(x, y, z)) \wedge (\exists z Q(x, z))) \to P(x, y, z).$$

Задача 4 (1 балл). Запишите определение фундаментальной последовательности рациональных чисел на языке логики предикатов.

Задача 5 (1,5 балла). Запишите формулировку теоремы о трех перпендикулярах на языке логики предикатов (0,5 балла), выделите необходимые и достаточные условия (0,5 балла), сформулируйте утверждения, ассоциированные с ним и установите их истинность (0,5 балла).

Приложение 5

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ ЭКСПРЕСС-КОНТРОЛЯ

Диагностика сформированности знаниевого компонента в методическом блоке умения работать со структурой математических утверждений (оценка сформировнности показателя p_3)

1. Какая ошибка намеренно была допущена мною при формулировании определения/теоремы ?

2. Какие «логические ошибки» могут возникнуть при формулировании данного определения, теоремы?

3. Каков вид приведенного мною определения данного понятия?

4. Определите структуру условия (заключения) теоремы?

5. Какой метод (абстрактно-дедуктивный, конкретно-индуктивный) был использован мною для введения данного понятия/ изучения данной теоремы? И укажите основные этапы этого процесса?

6. Укажите родовое понятие в данном определении?

7. Назовите существенные признаки этого понятия?

8. Какой из логических приемов был применен нами для выделения существенных признаков понятия?

9. Анализируя содержание задач (указываются их номера), выясните какой из методов был использован для конструирования этой системы?

10. Выделите составные части рассматриваемой задачи?

11. Каким образом можно варьировать (требование, базис) в данной задаче?

12. Какой из приемов мы использовали для построения задачи (указывается её номер) на основе другой (также указывается номер)?

Приложение 6

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

(на примере определения математического понятия)

Диагностика сформированности операционного компонента в методическом блоке умения работать со структурой математических утверждений

(оценка сформировнности показателя p_4)

Часть 1 (предметный блок)

1. Выделите логическую структуру данного определения с последующей записью на языке логики предикатов (0,5 балла).

2. Преобразуйте логическую структуру определения математического понятия с целью его перевода в импликативную форму (0,5 балла). Если определение записано в импликативной форме, то попытайтесь посредством преобразования логической структуры привести иные формулировки определения данного понятия (0,5 балла).

3. Постройте отрицание определения математического понятия (0,5 балла).

4. Выполните проверку определения математического понятия на соответствие требованиям корректности к нему (0,5 балла).

Часть 2 (методический блок)

1. Сконструируйте упражнения на

- выявление и варьирование существенных свойств (1 балл);
- распознание объектов, принадлежащих объему понятия (1 балл);
- выделение следствий из определения понятия (0,5 балла).

2. Спрогнозируйте возможные "логические" ошибки учащихся (1,5 балла).

Приложение 7

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

по дисциплине «Математическая логика»

на примере раздела «Алгебра высказываний» (6 часов)

"Алгебра высказываний" (6 часов)

Практическое занятие №1.

Тема: *"Основные понятия алгебры высказываний"*

Примеры задач.

Задача 1. В предложении вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения истинного высказывания:

Параллелограмм – ______ (многоугольник, четырехугольник, геометрическая фигура), у которого(ой) противоположные стороны попарно параллельны.

Задача 2. Установите истинность высказываний A, B, C, $A \vee B$, $C \to A$, $B \vee C \to \neg A$, $C \to (A \leftrightarrow B)$: A: "Одночленом называют выражение с числами, переменными и их степенями" (ложное, правильно: одночленами называют произведения чисел, переменных и их степеней); B: "Число r называют остатком от деления целого числа a на натуральное число b, если разность $a-b$ делится на b и $0 \le r < b$" (ложное, правильно: целое число r …); C: "Две прямые называют скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости" (истинное).

Задача 3. Установите истинность высказываний A, B. В предложении C вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения ложного высказывания $\neg B \to (A \leftrightarrow C)$:

A: "Правильным многоугольником является выпуклый многоугольник, у которого все стороны равны" (истинное);

B: "Арккосинусом числа a называется такое число, косинус которого равен a" (ложное, арккосинусом числа a называется такое число из отрезка $[0;\pi]$, косинус которого равен a);

C: "Геометрическим телом называют ограниченную ____ (фигуру, связную фигуру) в пространстве, которая содержит все свои граничные точки, причем сколь угодно близко от любой граничной точки находятся внутренние точки фигуры".

Задача 5. Определите истинностное значение высказывания:

а) $A \wedge B \vee C \leftrightarrow D$, где A: "данная точка - внутренняя точка области определения", B: "производная в данной точке равна нулю", C: "производная в данной точке не существует", D: "данная точка - критическая".

б) $A \wedge B \leftrightarrow C$, где A: "элемент a принадлежит множеству M", B: "элемент a больше всякого элемента из множества M", C: "элемент a является наибольшим во множестве M".

Задача 6. Вместо пропусков вставьте одну из предложенных операций так, чтобы следующее высказывание принимало истинное значение: $A \leftrightarrow B \wedge C$ ____$(\wedge,\ \vee)\, D$, где A: "данная дробь является периодической"; B: "данная дробь является бесконечной десятичной"; C: "у данной дроби, начиная с некоторого знака повторяется одна и та же цифра"; D: "у данной дроби, начиная с некоторого знака повторяется несколько цифр".

Задача 7. В следующем высказывании выделите элементарные и определите логические связки между ними. Запишите исходное высказывание на языке математической логики (алгебры высказываний):

‘Если две прямые a и b в пространстве не совпадают, не параллельны, не пересекаются, то они скрещивающиеся’.

Задачи 1-7 можно использовать как средство формирования умения выполнять логико-математический анализ математического утверждения.

Задача 8. Проведите классификацию формул (тождественно истинная, тождественно ложная, выполнимая), предварительно построив их таблицы истинности.

Задача 9. Докажите тождественную истинность/ложность формул методом от противного.

Задача 10. Упростите формулы посредством равносильных преобразований.

Задача 11. Докажите равносильность формул тремя способами (с помощью таблиц истинности, с помощью равносильных преобразований, методом от противного).

Задача 12. Докажите тождественную истинность/ложность формул с помощью равносильных преобразований.

Задачи 8-12 можно использовать как демонстрационный пример конструирования системы задачи методом варьирования (условия, требования, базиса).

Домашнее задание (0,2 балла).

Задача 1’. Составьте задачи, аналогичные задаче 1, используя определения из школьного курса математики.

Задача 2’. Запишите определения математических понятий из школьного курса математики на языке алгебры высказываний.

Практическое занятие №2.

Тема: *"Нормальные формул для алгебры высказываний"*

Примеры задач.

Задача 1. Из следующих формул выберите ту, которая является СДНФ формулы $\neg(\neg x \wedge \neg y) \vee ((x \rightarrow y) \wedge x)$:

1) $x \vee y \vee (y \wedge x)$ (не является, поскольку каждый дизъюнктивный член не содержит все переменные, от которых зависит исходная формула);

2) $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)$;

3) $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)$ (не является, поскольку не равносильна исходной формуле);

4) $(x \wedge \neg x) \vee (x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)$ (не является, поскольку каждая элементарная конъюнкция не может содержать и переменную, и её отрицание);

5) $(x \wedge y \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)$ (не является, поскольку каждая элементарная конъюнкция не может содержать одну и ту же переменную дважды);

6) $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y)$ (не является, поскольку не все элементарные конъюнкции различны).

Задача 1 является демонстрацией упражнения на распознание объектов, принадлежащих объему понятия СДНФ и является темой для обсуждения со студентами вопроса о процессе конструирования таких задач.

Задача 2. Выберите верные логические следования:

1) $x \vee y \leftrightarrow z \mapsto z \to x$;

2) $x \wedge y \leftrightarrow z \mapsto z \to y$;

3) $\neg x \wedge y \to z \mapsto z \to x \vee y$;

4) $x \vee y \to z \wedge t \mapsto \neg z \vee \neg t \to \neg x \wedge y$.

Задача 2 является демонстрацией упражнения на выделение следствий из определения понятия на основе знания его логической структуры и является темой для обсуждения со студентами вопроса о процессе конструирования таких задач.

Домашнее задание (0,2 балла).

Задача 1’. Составьте задачи, аналогичные задаче 1, используя определения из школьного курса математики.

Задача 2’. Запишите определения математических понятий или теорем со сложным условием или заключением из школьного курса математики на языке алгебры высказываний. Выведите возможные логические следствия из полученной формулы.

Практическое занятие №3.

Тема: *"Приложение алгебры высказываний"*

Примеры задач.

Задача 1. Докажите, что следующие формулы равносильны:

1) $x \wedge y \Rightarrow z \equiv x \Rightarrow (y \Rightarrow z)$;

2) $x \Rightarrow (y \vee z) \equiv (x \wedge \neg y) \Rightarrow z$;

3) $(z \wedge \neg x) \Rightarrow y \equiv z \Rightarrow (x \vee y)$.

Задача 2. Запишите следующие математические утверждения на языке алгебры высказываний:

1) Натуральное число, оканчивающееся цифрами 0 или 5, кратно 5.

2) Если прямые, лежащие в параллельных плоскостях, не параллельны, то они скрещиваются.

3) Если натуральное число делится и на 2, и на 5, то оно делится на 10.

Задачи 1 и 2 можно использовать как демонстрационный пример конструирования системы задачи методом "снежного кома", поскольку в решении задачи 2 будем использовать доказанные равносильности из задачи 1.

Домашнее задание (0,2 балла).

Задача 1’. Из школьных учебников по алгебре и геометрии по какой-либо теме выберете упражнения, которые составляют систему задач, построенную методом "снежного кома".

Задача 2’. Запишите определения математических понятий или теорем со сложным условием или заключением из школьного курса математики на языке алгебры высказываний. Сформулируйте эквивалентные определение или теорему, полученные в результате преобразования логической структуры выбранных подходящим образом.

Приложение 8

РЕСТРУКТУРИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

Прежде всего нам потребуется перераспределение часов на освоение программы курса. Для этого рассмотрим раздел «*Объем дисциплины и виды учебной работы*» программы дисциплины «Математическая логика» из ООП ВПО по направлению 050100 Педагогическое образование по профилям «Математика», «Информатика» (бибакалавриат) Волгоградского государственного социально-педагогического университета.

Объем дисциплины и виды учебной работы:

Аудиторные занятия (всего) - 54 (ч)

В том числе:

Лекции (Л) – 18 (ч)

Практические занятия (ПЗ) – 36 (ч)

Самостоятельная работа студентов (СРС) – 54 (ч)

Содержание разделов дисциплины виды занятий:

1. Алгебра высказываний.

Логические операции над высказываниями. Равносильные формулы логики высказываний. Представление истинностных функций формулами алгебры высказываний. Нормальные формы формулы логики высказываний.

Л – 2 (ч); ПЗ – 4 (ч); СРС – 10 (ч); Всего: 16 (ч).

2. Исчисление высказываний.

Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Свойства выводимости в исчислении высказываний. Теорема дедукции. Непротиворечивость, полнота и разрешимость исчисления высказываний.

Л – 6 (ч); ПЗ – 12 (ч); СРС – 16 (ч); Всего: 34 (ч).

3. Логика предикатов.

Логика предикатов. Формула логики предикатов. Интерпретации логики предикатов. Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма формулы логики предикатов.

Л – 4 (ч); ПЗ – 8 (ч); СРС – 10 (ч); Всего: 22 (ч).

4. Исчисление предикатов.

Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Теории первого порядка. Характеристики теорий: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Модели теории первого порядка. Непротиворечивость исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов.

Л – 6 (ч); ПЗ – 12 (ч); СРС – 18 (ч); Всего: 36 (ч).

Анализ программы дисциплины «Математическая логика» показал, что содержание разделов 1 и 3 составляет основу процесса формирования умения работать со структурой математических утверждений. В связи с этим, их изучение лучше сделать последовательным для непрерывности процесса формирования указанного умения. Кроме того, количество часов для проведения ПЗ, относящихся к разделам 1 и 3 следует увеличить за счет сокращения часов на изучение других разделов данной дисциплины. Рассмотрим разделы 2 и 4.

Анализ ООП ФГОС ВПО ведущих Российских ВУЗов показал, что значительного сокращения содержания дисциплины «Математическая логика» («Математическая логика и теория алгоритмов») по сравнению с ГОС ВПО (2005 г.) не произошло. А значит, ввиду сокращения часов на изучение математических дисциплин, в том числе математической логики, преподавателям «пришлось» доказательства некоторых теорем вынести на самостоятельное изучение студентов. Таким образом, изучение математических дисциплин приобретает «поверхностный» характер. А в сознании многих студентов стирается четкая грань между аксиомами и теоремами в плане отсутствия потребности в доказательстве рассматриваемого математического утверждения (теоремы). Такое положение дел недопустимо в ходе профессиональной подготовки будущих учителей математики. Ведь именно они являются «ключевыми участниками» математического образовательного процесса, а доказательствам отводится ведущая роль во вкладе математики в общую культуру человека (Д. Пойа). Решение многих задач из практикума данного курса в рамках раздела «Исчисления высказываний» моделирует процесс доказательства, и что не мало важно, его структурированную запись. А это важно для будущей профессиональной деятельности учителя, поскольку записи на доске должны быт логически выстроены, компактны и понятны. Таким образом, содержание раздела «Исчисление высказываний» и количество часов на его изучение лучше оставить без изменений, поскольку нельзя подчинить одной цели формирования умения работать со структурой математических утверждений другие не менее значимые для будущей профессиональной деятельности цели изучения дисциплины «Математическая логика», связанные с вопросами доказательства теорем.

Теоретический материал данного раздела «Исчисление предикатов», как показывает педагогический опыт, тяжело воспринимается студентами, однако, составляет основу формирования аксиоматического мышления. Практическая же составляющая данного раздела может быть значительно уменьшена, в следствие чего возможно уменьшение часов на СРС по данному разделу. Таким образом, не умоляя теоретической значимости раздела 4 для будущей педагогической деятельности, можно произвести сокращение часов по этому разделу счет ПЗ и СРС.

Проведем детальный анализ содержания разделов математической логики с целью рационального перераспределения часов.

Для того, чтобы быть более точными в распределении часов, необходимо рассмотреть типовые задачи, относящиеся к разделу «Исчисление предикатов». При этом следует учитывать, что отбор типовых задач по указанному разделу будем производить с учетом их профессиональной значимости. Анализируя содержание практикума в учебном пособии [63] из списка основной литературы в программе данной дисциплины, выделим следующие типовые задачи:

(1) Выяснить, какие из следующих записей являются термами/формулами ФИП (формализованного исчисления предикатов);

(2) Выяснить, выполнима ли следующая формула ФИП;

(3) Докажите, что следующие формулы являются теоремами ФИП, построив их выводы из аксиом;

(4) Используя теорему о дедукции, докажите, что в ФИП справедливы следующие выводимости;

(5) Используя теорему о дедукции, докажите, что в ФИП справедливы следующие теоремы.

Исходя из педагогического опыта, на решение задач (1) – (3) и (4) – (5) достаточно выделить по 2 ч. Таким образом, количество часов на ПЗ по данному разделу сократится с 12 ч. до 4 ч., т.е. на 8 ч.

Сокращение часов на ПЗ влечет сокращение часов и на СРС. Будем считать, что количество часов на изучение и повторение теоретического содержания и решение задач в ходе СРС по каждому разделу пропорционально распределению аудиторных часов между лекциями и практическими занятиями. Тогда количество часов на СРС по разделу «Исчисление предикатов» также сократиться на 8 ч.

Появившиеся свободные часы (ПЗ, СРС) распределим между разделами «Алгебра высказываний» и «Логика предикатов» учитывая, что содержание практикума в разделе «Логика предикатов» становится для нас основой в формировании методического блока умения работать со структурой математических утверждений, следовательно. Получим следующее:

1. Логика высказываний.

Л – 2 (ч); ПЗ – 6 (ч); СРС – 12 (ч); Всего: 20 (ч).

2. Исчисление высказываний.

Л – 6 (ч); ПЗ – 12 (ч); СРС – 16 (ч); Всего: 34 (ч).

3. Логика предикатов.

Л – 4 (ч); ПЗ – 14 (ч); СРС – 16 (ч); Всего: 34 (ч).

4. Исчисление предикатов.

Л – 6 (ч); ПЗ – 4 (ч); СРС – 10 (ч); Всего: 20 (ч).

В программе дисциплины в разделе «Методические *рекомендации по организации изучения дисциплины*» представлены примерные вопросы для обсуждения, задачи и упражнения, предлагаемые студентам на практических занятиях. Отметим, что в результате проецирования содержательного компонента методики формирования у будущих учителей математики умения работать со структурой математических утверждений на содержание дисциплины «Математическая логика» нами было разработано новое содержание практикума данного курса. К критериям новизны отнесем:

- использование новых типов задач;

- систематизация задач с учетом поочередного формирования умений из операционного компонента структуры формируемого умения;

- значительное расширение круга задач разделов «Алгебра Высказываний» и «Логика предикатов» с опорой преимущественно на школьный курс математики.

В приложении 7 можно будет ознакомиться с детальным описанием распределения часов, отведенных для ПЗ по темам и содержанию.